

修士論文

# 高精度 **BWR** 炉心核計算手法に関する研究

名古屋大学大学院  
工学研究科博士課程(前期課程)  
マテリアル理工学専攻  
量子エネルギー工学分野  
量子エネルギーシステム工学講座  
エネルギー量子制御工学グループ  
多田健一  
平成 20 年 2 月 5 日



# 目次

<b>1. 序論</b> .....	<b>6</b>
1.1 背景及び目的.....	6
1.2 炉心計算手法の概要.....	9
1.2.1 核計算.....	10
1.2.2 熱水力計算.....	12
1.2.3 燃焼計算.....	13
1.3 BWR炉心核計算の概要.....	16
1.4 三次元PIN-BY-PIN計算の利点.....	18
1.5 三次元PIN-BY-PIN計算の誤差要因.....	19
1.5.1 均質化誤差.....	19
1.5.2 メッシュ誤差.....	21
1.5.3 計算手法による誤差.....	22
1.6 炉心解析におけるBWRとPWRの違い.....	22
1.7 本論文の構成.....	24
<b>2. 計算手法</b> .....	<b>25</b>
2.1 輸送計算手法.....	25
2.1.1 拡散計算.....	25
2.1.2 Simplified P3 法 (SP3 法).....	31
2.1.3 Characteristics法.....	33
2.2 応答行列法.....	34
2.3 空間離散化手法.....	36
2.3.1 有限差分法.....	36
2.3.2 多項式解析的ノード法.....	38
2.3.3 Scattered source subtraction法 (SSS法).....	39
2.4 均質化誤差低減手法.....	40
2.4.1 Super homogenization method (SPH法).....	40
2.4.2 不連続因子.....	43
2.4.3 SPH法と不連続因子の違い.....	44
2.5 核計算の概要.....	45
2.6 加速法 (GCMR法).....	47
2.6.1 GCMR法の概要と計算式.....	47
2.6.2 GCMR法の改良.....	50
<b>3. PIN-BY-PIN計算に用いる輸送計算手法の検討</b> .....	<b>52</b>
3.1 目的.....	52
3.2 SP3 法と拡散計算との計算精度比較.....	52
3.2.1 計算過程.....	52
3.2.2 計算条件.....	53

3.2.3	計算結果及び考察 .....	56
3.3	まとめ .....	62
<b>4.</b>	<b>メッシュ不整合体系を取り扱うSP3法の検討 .....</b>	<b>63</b>
4.1	目的 .....	63
4.2	メッシュ不整合体系の取り扱い .....	63
4.2.1	集合体境界の中性子流分布 .....	63
4.2.2	メッシュ不整合領域での中性子流分布 .....	65
4.3	中性子流補間方法の計算精度検証 .....	66
4.3.1	計算過程 .....	66
4.3.2	計算条件 .....	67
4.3.3	計算結果及び考察 .....	69
4.4	まとめ .....	74
<b>5.</b>	<b>多項式解析的ノード法及びSSS法の適用とその計算精度 .....</b>	<b>75</b>
5.1	目的 .....	75
5.2	C5G7ベンチマークを用いた各計算手法の妥当性評価 .....	75
5.3	BWRにおける各計算手法の計算精度比較 .....	79
5.3.1	計算条件 .....	79
5.3.2	計算過程 .....	79
5.3.3	計算結果及び考察 .....	82
5.4	まとめ .....	87
<b>6.</b>	<b>計算コードの三次元化 .....</b>	<b>88</b>
6.1	目的 .....	88
6.2	IAEA3Dベンチマークを用いたSUBARUの性能評価 .....	88
6.2.1	計算体系 .....	88
6.2.2	三次元Pin-by-pin計算コードの妥当性評価 .....	89
6.2.3	三次元Pin-by-pin計算の計算時間短縮化のための工夫 .....	90
6.3	仮想的なABWR体系における本計算コードの計算性能評価 .....	103
6.3.1	集合体・制御棒の幾何形状及び濃縮度分布 .....	103
6.3.2	二次元ABWR炉心計算への適用と計算精度 .....	105
6.3.3	計算結果及び考察 .....	107
6.3.4	改良SPH法及び集合体境界への不連続因子の適用 .....	116
6.4	仮想的な三次元ABWR炉心体系の計算とその計算コスト .....	127
6.5	まとめ .....	128
<b>7.</b>	<b>結論 .....</b>	<b>130</b>
7.1	結論 .....	130
7.2	今後の課題 .....	132
	<b>参考文献 .....</b>	<b>133</b>

謝辞.....	135
<b>A) APPENDIX A軸方向への多項式解析的ノード法の適用 .....</b>	<b>136</b>
A.1 中性子源を二次式で近似した多項式解析的ノード法の導出 .....	136
A.2 中性子源を二次関数化した際の係数の導出 .....	137
A.3 横方向漏れの考慮 .....	138
A.4 導出した計算式の計算コードへの導入.....	139
<b>B) APPENDIX B詳細メッシュ熱水力計算コード開発の検討 .....</b>	<b>140</b>
B.1 熱水力計算とは .....	140
B.1.1 ボイド率の評価 .....	140
B.1.2 ドリフトフラックスモデルとは.....	141
B.2 詳細メッシュ熱水力計算コードの検討.....	143
<b>C) APPENDIX C 並列計算の概要.....</b>	<b>144</b>
C.1 並列計算とは .....	144
C.1.1 CPUの進化と並列化の関係 .....	144
C.1.2 並列コンピューティング.....	145
C.1.3 マルチコアからヘテロジニアスコアへ .....	147
C.1.4 並列コンピューティングの展望.....	148
C.2 並列計算手法 .....	149
C.2.1 Message passing interface (MPI) .....	149
C.2.2 Open MP.....	150
<b>D) APPENDIX D 三次元燃料棒単位詳細メッシュ炉心計算コード入力解説 .....</b>	<b>151</b>
D.1 計算コードの特徴 .....	151
D.2 入力ファイル説明 .....	153
D.2.1 出力ファイル名設定.....	153
D.2.2 計算条件入力 .....	153
D.2.3 三次元集合体幾何形状設定 .....	155
D.2.4 炉心配置 .....	156
D.2.5 断面積ファイル設定.....	158
D.2.6 計算条件入力 .....	160
D.3 断面積ファイル説明 .....	167
D.3.1 Format 1 .....	167
D.3.2 Format 2 .....	168
D.4 入力例.....	170
D.4.1 IAEA3Dベンチマーク .....	170
D.4.2 ABWR二次元 1/4 全炉心 .....	180
<b>公刊論文一覧.....</b>	<b>187</b>

# 1. 序論

---

## 1.1 背景及び目的

日本の商業用原子炉では、現在 13 ヶ月おきに定期検査を行っている。商業用原子炉は燃料を装荷し、発電を開始してから次の定期検査までの 1 サイクルの間、原子炉を稼動し続ける必要がある。そのため、次のサイクルでの燃料装荷パターンを決定する際に、設計した燃料装荷パターンが確実に 1 サイクルの間運転し続けられることを保障する必要がある。現在は炉心の挙動を模擬するシミュレーターを用いてそれを示しており、そこで用いられるシミュレーターを炉心解析システムと呼ぶ。

炉心解析システムは炉内での熱出力分布などの安全性の確認や、装荷パターンの設計など、多くの場面で利用され、原子炉を運転する上で重要な役割を担っている。

そのため、炉心解析システムが高精度化されると、従来の炉心解析システムでは計算精度の面から採用することが出来なかった、新燃料集合体が少ないより経済性の高い燃料装荷パターンを採用することが可能となる。新燃料集合体体数を低減することは、経済的に大きな効果があるだけでなく、ウラン資源の有効利用や使用済み燃料集合体削減による放射性廃棄物の低減の面からも効果的である。この様に炉心解析システムの高精度化は経済的な面からも、環境的な面からも非常に重要な研究である。

また、従来の炉心解析システムでは高い計算精度を得るためにいくつかの工学的補正が必要だった。それらの工学的補正の中には原因が明らかではない予測誤差も含まれている。

工学的補正の例として図 1.1 に実効増倍率のバスタブカーブの例を示す<sup>[1]</sup>。図 1.1 のように、従来の BWR 炉心解析手法では燃焼度と実効増倍率の関係をグラフ化すると、バスタブのような下に凸のカーブを描くことが知られている。この理由は現在のところ明らかにされていないが、高精度な炉心解析システムが開発されることでこのバスタブカーブの原因が判明するかもしれない。

炉心解析システムの誤差要因には、核データライブラリや核計算の誤差、熱水力計算の誤差、燃焼計算の誤差、プラントの不確実性など様々な要因が挙げられる。炉心解析システムを高精度化することで、核計算、熱水力計算及び燃焼計算の誤差を低減することが可能となる。もし炉心解析システムを高精度化することで工学的補正が必要ではなくなったのであれば、原因はこれら三つの計算に原因があることが分かり、逆に炉心解析システムを高精度化しても工学的補正が必要となるのであれば核データライブラリやプラントの不確実性などに原因があることが分かる。

このように、炉心解析システムの高精度化は今まで原因が明らかではなかった予測誤差の原因を特定することができる可能性がある。

次節で詳しく述べるが、炉心解析システムは主に原子炉内の中性子の挙動を解析する核計算、炉内の沸騰現象などの熱水力を解析する熱水力計算、燃料の燃焼に伴う元素の変化を解析する燃焼計算から成り立っている。

これらの計算のうち、本研究では核計算手法の高精度化に注目した。また、日本では沸騰水型軽水炉(BWR : Boiling Water Reactor)と加圧水型軽水炉(PWR : Pressurized Water Reactor)の二つのタイプの商業用原子炉が稼動しているが、本研究では BWR における核計算手法の高精度化について検討している。

BWR 炉心の幾何形状は図 1.2 に示すように非常に複雑であり、さらに軸方向にボイド率分布が存在している。このような複雑な体系を幾何形状の近似なしに取り扱うことは、現在の計算機の能力では

現実的ではない。そのため、BWR 炉心を解析するためには何らかの幾何形状の近似が必要となる。そこで従来の BWR の炉心計算手法では、図 1.3 の左側に示すように、集合体内を均質化して取り扱う近代ノード法が主として用いられており、現行の炉心に対しては多数の実績及び信頼性を有している。

現在日本で稼動している BWR には主として  $\text{UO}_2$  燃料集合体が装荷されているが、今後は高 Pu 富化度の MOX 燃料集合体や高濃度 Gd 燃料棒を使用した高燃焼度燃料集合体、Gd 燃料棒が最外周に配置された燃料集合体のように、現在の燃料集合体と比較して集合体内の中性子束のエネルギーおよび空間分布の変化が大きい燃料集合体が炉心に装荷されることが予想される。このような核的な非均質性の高い燃料集合体が炉心に装荷された場合、集合体内を均質化する従来の核計算手法では高い計算精度が得られない可能性がある。

特に従来の手法では集合体内を均質化しているため、集合体内の燃料棒出力分布を直接求めることが出来ない。しかし、燃料棒出力分布の正確な評価は熱的制限値の観点から非常に重要なため、従来の手法では集合体内の中性子束分布の関数展開を利用する燃料棒出力再構成法を用いている。現在の  $\text{UO}_2$  燃料集合体が主に装荷されている炉心では、この燃料棒出力再構成法を用いることで燃料棒出力分布を精度よく計算することが出来ているが、核的な非均質性の大きい燃料集合体が炉心に装荷された場合の計算精度については検討の余地があり、従来の近代ノード法では精度よく計算することが出来ない可能性もある。そこで核的な非均質性の大きい燃料集合体が炉心に装荷された場合でも燃料棒出力分布を精度よく計算するための計算手法を検討することが望ましい。また、このような手法は現行手法の妥当性を確認することに用いることも可能である。

さらに現在導入が検討されている、運転サイクルの長期化や定格出力の上昇などの面からもより高精度な核計算手法が必要である。このことは日本原子力学会が主体となって策定している開発ロードマップに炉心解析手法の高精度化が示されていることから明らかである<sup>[2]</sup>。

理想的な計算手法としては、集合体の幾何形状をそのまま取り扱う三次元非均質計算がある。実際、そのような計算手法も現在活発に研究されている<sup>[3]</sup>。しかし三次元非均質計算は計算コストが非常に大きいため、三次元非均質計算を用いて全炉心計算を行うことは現在の計算機的能力をもってしても計算時間の観点から現実的ではない。そこで本研究では図 1.3 の右側のように、燃料棒内を均質化するが集合体内は均質化しない、三次元 Pin-by-pin 計算手法を次世代の BWR 炉心計算手法として適用することを検討する。三次元 Pin-by-pin 計算手法は図 1.3 に示されているように燃料棒単位で均質化を行うため、燃料棒出力分布を直接計算することが出来る。そのため、従来の集合体内を均質化する手法に比べ燃料棒出力分布をより正確に計算できると期待される。三次元 Pin-by-pin 計算手法は既に PWR において適用されている技術であり、PWR においては高い計算精度が得られることが示されている<sup>[4]</sup>が、BWR に適用された例はない。図 1.4 に示すように PWR と BWR では炉心や燃料集合体の構造が大きく異なっており、三次元 Pin-by-pin 計算を BWR に適用した際の計算精度や問題点については明らかになっていない。特に、十字型の制御棒や燃料棒配列数の異なる燃料集合体の共存、大口径ウォーターロッドや部分長燃料など、BWR に特有な構造に対する計算精度は不明である。

そこで四年次の卒業研究では、三次元 Pin-by-pin 計算手法を BWR 炉心計算に適用した場合の計算精度について検討した<sup>[5]</sup>。三次元 Pin-by-pin 計算の計算手法に Characteristics 法(MOC : Method of Characteristics)を用いて非均質体系を MOC で計算した結果と比較した。また、均質化誤差低減の手法として Superhomogenization 法(SPH 法)を用い、SPH 法による均質化誤差低減について検討した。その結果、BWR においても三次元 Pin-by-pin 計算に SPH 法を適用することで高い計算精度が得られることが分かった。

しかし、三次元 Pin-by-pin 計算に MOC を用いた場合、現在の計算機の能力では非常に長い計算時間を必要とする。そこで本研究では、MOC に比べ計算精度の面では劣るものの、計算時間が非常に短い Simplified P3 法(SP3 法)<sup>[6]</sup>を用いた三次元 Pin-by-pin 計算について検討する。

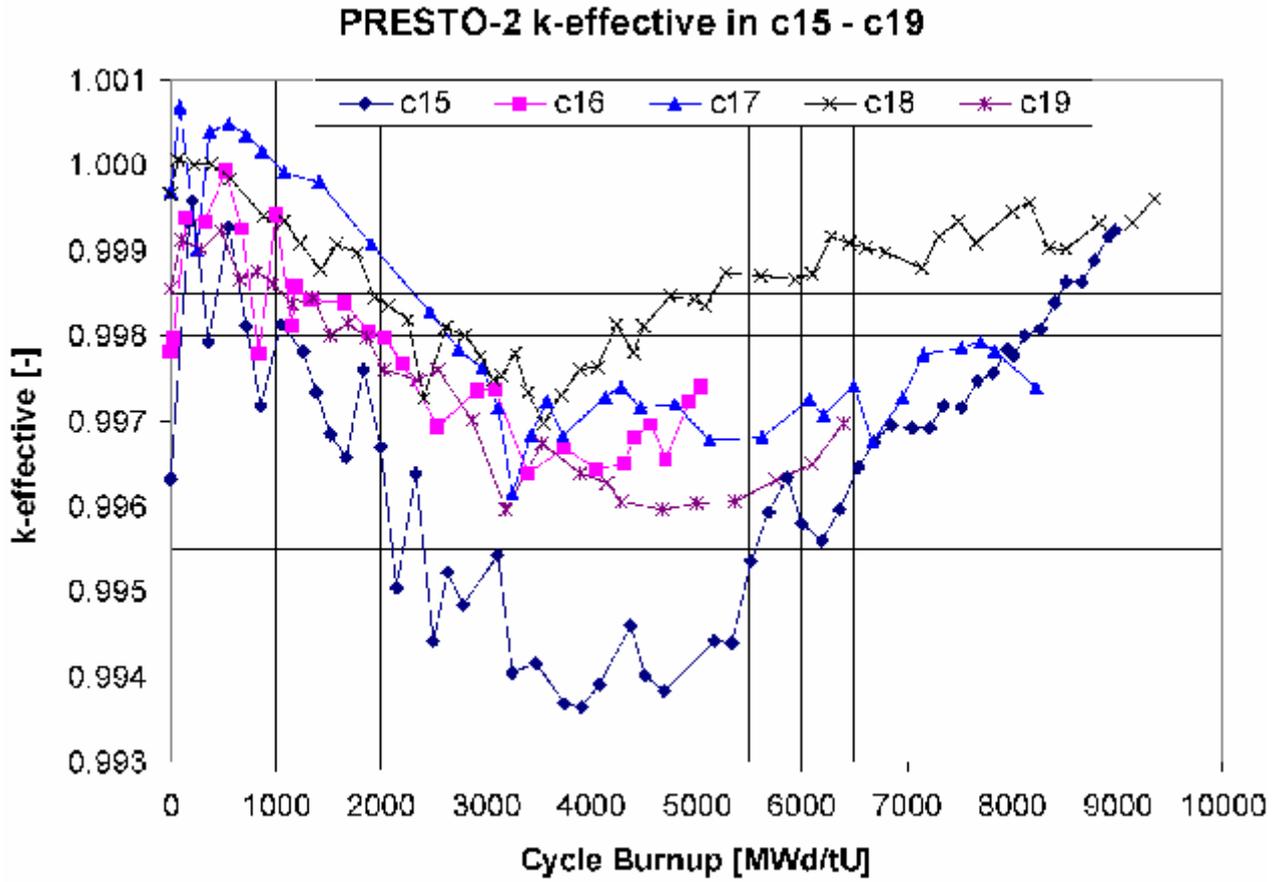


図 1.1 バスタブカーブの例<sup>[1]</sup>

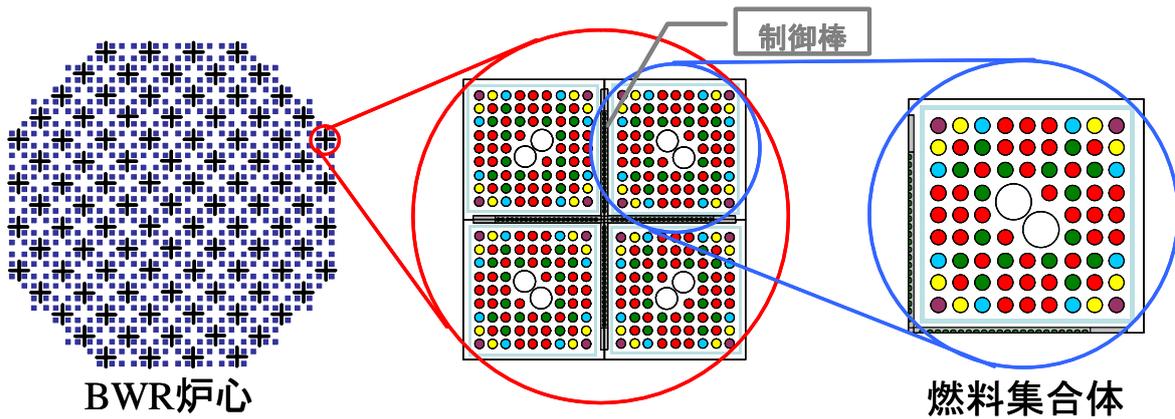


図 1.2 BWR 炉心の幾何形状

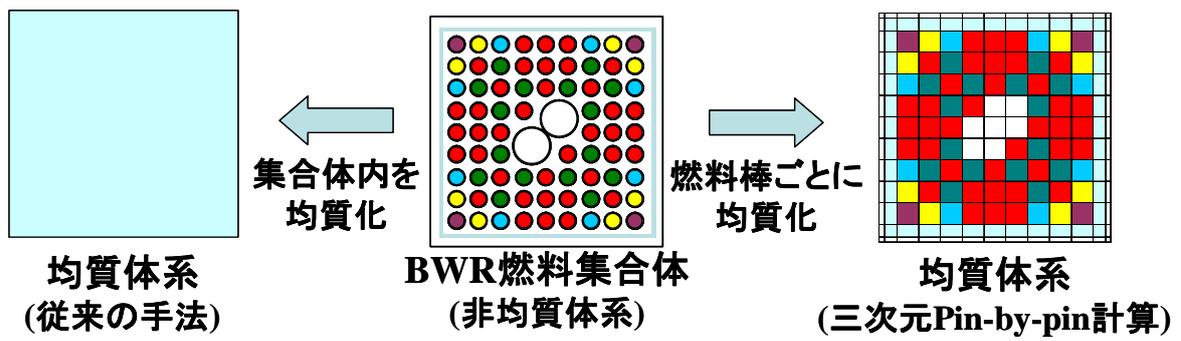


図 1.3 従来の手法と三次元 Pin-by-pin 計算の比較

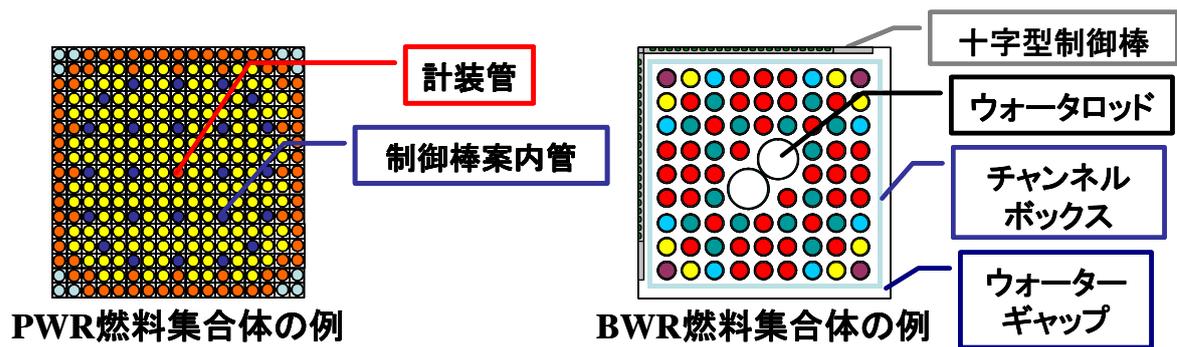


図 1.4 PWR 燃料集合体と BWR 燃料集合体の違い

## 1.2 炉心計算手法の概要

1.1 節でも述べたとおり、炉心計算手法は主に核計算、熱水力計算、燃焼計算で構成されている。これらの計算について詳しく述べることにする。なお、核計算、熱水力計算、燃焼計算の関係は図 1.5 に示すとおりである。

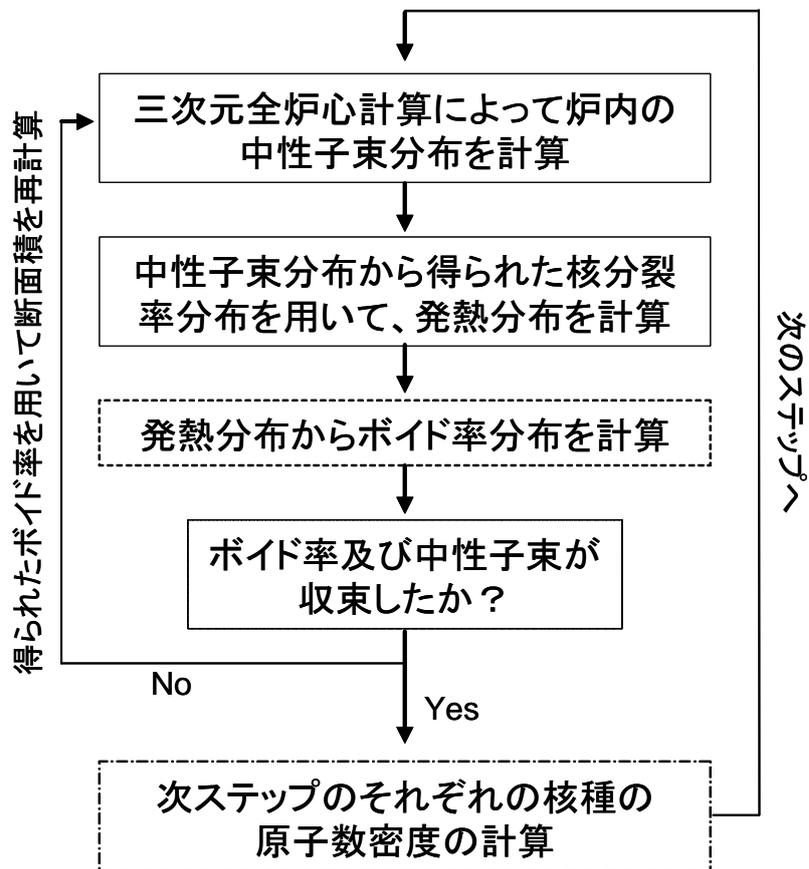


図 1.5 炉心計算の計算フロー

### 1.2.1 核計算

核計算は原子炉内の中性子の分布、すなわち中性子束分布を計算するものである。原子炉では中性子がウランなどの核分裂性核種に吸収されることで核分裂を起こしている。図 1.6 に原子炉内での核分裂反応率の分布を示す。図 1.6 に示されるように、核分裂率は非常に複雑な分布をしている。また、ウランは核分裂反応だけでなく、中性子を吸収してより質量数の大きな核種へと変化する吸収反応、ウランと中性子が衝突するものの吸収されることなく、衝突によって中性子のエネルギーが変化する散乱反応のように様々な反応を考慮する必要がある。

原子炉内の中性子の振る舞いは次に示すボルツマン方程式によって厳密に書き表すことができる。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (1.1)$$

- $\vec{r}$  : 位置
- $E$  : エネルギー
- $\vec{\Omega}$  : 方位ベクトル
- $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  : 角度中性子束
- $\Sigma_t(\vec{r}, E)$  : 巨視的全断面積
- $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  : 中性子源

Boltzmann 輸送方程式は気体分子の速度の分布関数に対する正確な表現を得るために Ludwig Boltzmann によって導入された基本方程式である<sup>[7]</sup>。この理論に基づいて中性子の数の保存を考えると、中性子束に対する輸送方程式が導かれる。

(1.1)式を詳しく説明すると、左辺第一項は他の領域へ流出する漏洩項、左辺第二項は領域内で中性子がウランなどの物質と反応する反応項、右辺は核分裂による中性子の発生や、散乱によって別のエネルギーから変化する中性子などの生成項である。

(1.1)式は定常状態における計算式だが、時間  $t$  を加えた時間依存のボルツマン方程式も存在する。時間依存のボルツマン方程式は例えば志賀原子力発電所で発生した制御棒の抜け落ち事象や原子炉の冷却系の配管などが破損するなどして冷却材が漏れる原子炉冷却材損失事故(LOCA : Loss of Coolant Accident)などのように短時間で急激に中性子束分布が変化する事象を解析する場合に用いられる。もちろん、これらの事象を解析する動特性解析も非常に重要ではあるが、本研究ではまずは定格運転時の原子炉を対象とすることにし、以降の説明も定格運転時を想定している。定格運転中の原子炉では中性子束分布の時間変化は微小であり、定常状態であるとして時間変化量は無視して取り扱うことが出来る。

(1.1)式は位置について3個( $x, y, z$ )、方向について2個(方位ベクトル  $\vec{\Omega}$  の角度  $\theta, \phi$ )、エネルギーについて1個( $E$ )の合計6個の独立変数から成る式なので、正確な解を求めることは非常に困難である。また、炉心計算に用いる巨視的断面積は実験値から求められるもので、エネルギー点については離散化された形で与えられている。そこでこの方程式を解くためには、中性子の空間、角度やエネルギー分布を離散化する必要がある。

この離散化には様々な手法が考案されており、個人的には原子炉物理学の中で最も面白い分野であると思っている。これらの手法の一部については次章の輸送計算手法の節で述べることにする。

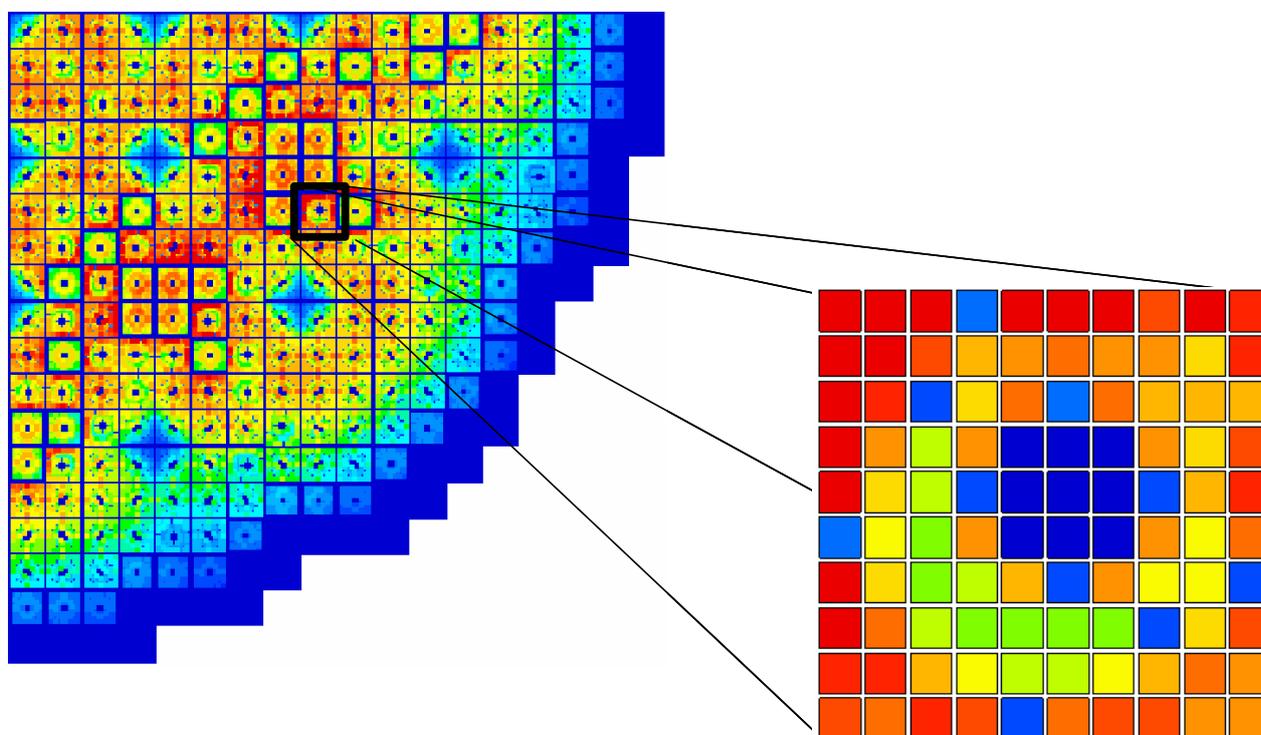


図 1.6 原子炉内での核分裂率分布

## 1.2.2 熱水力計算

BWR では炉内で沸騰現象が起こっている。この沸騰現象を解析する計算手法が熱水力計算である。領域中の気相と液相の割合であるボイド率が熱水力計算を用いて評価されることから、BWR では熱水力計算の計算精度が炉心解析手法全体の計算精度に大きな影響を及ぼす。これはボイド率が領域中の水密度を決定するからである。水密度が異なれば中性子の減速される割合が変化し、その結果炉心内の中性子のエネルギー分布である中性子スペクトルが変化する。中性子のエネルギーによって核分裂反応を起こす割合が異なるため、中性子スペクトルが変化すると炉内の中性子束の空間分布も変化してしまう。

このように BWR では熱水力計算が炉心解析において非常に重要な地位を占めている。

PWR では通常運転時には炉内で沸騰現象が発生していないため、BWR とは異なり、熱水力計算が炉心解析手法の計算精度に与える影響は小さい。しかし過渡時や事故時には PWR においても熱水力計算は重要となる。例えば LOCA などの評価では熱水力計算が重要となる。LOCA によって冷却材が失われ、原子炉内の圧力が低下すると炉内でボイドが発生する。このように PWR においても過渡時や事故時にはボイドが発生する可能性がある。ボイドの発生は燃料棒の破損などを引き起こす可能性があるため、炉内のボイド率分布の正確な評価は、PWR においても原子炉の安全性を評価する上で重要である。

熱水力計算の重要性を具体的に説明するためにやかんで水を沸騰させることを例に取って考える。やかんを火にかけてしばらく放置しておくと、水温が沸点以下でやかん下部に気泡が発生する。そして温度が上昇するにつれて気泡の数が増加し、やがてやかん下部から離れて浮かび上がってくる気泡が発生してくる。さらに加熱すると浮き上がる気泡の数も増え、また気泡の大きさも大きくなっていく。

このように沸騰現象と言ってもその状態によって大きく異なっている。図 1.6 垂直加熱上昇管内の水と蒸気の二相流のフローパターンの例を示す<sup>[8]</sup>。

BWR では図 1.7 のようなフローパターンを示し、軸方向でフローパターンが大きく異なっている。また、BWR では環状ではないため、隣接する領域との横方向の熱のやりとり、クロスフローを考慮しなければならないため、環状流に比べさらに複雑な挙動を示す。

また、BWR では流路が核分裂物質の割合が異なる燃料棒が燃料集合体内に配置されていることや、中央に大口径ウォーターロッドが配置されていることなどから集合体内の領域によって水の加熱具合が異なり、また水流も複雑である。このように、BWR では領域ごとに沸騰現象が異なるため、液相と気相の変化を厳密に取り扱うことは困難である。

そこで現在の熱水力解析コードでは、液相と気相の変化をドリフトフラックスモデルを用いて取り扱っている。ドリフトフラックスモデルとは流体全体の速度と気相の速度に比例関係があるとみなし、ボイド率を評価するモデルである<sup>[9]</sup>。流体全体の速度と気相の関係を導出する相関式は実験式であり、様々な実験式が提唱されている<sup>[10]</sup>。相関式は取り扱う体系によってその傾向が異なるため、対象とする計算体系に最適なドリフトフラックスモデルを選択することが重要である。

なお、熱水力計算及び次に説明する燃焼計算については本研究では取り扱っていない。これらの計算の高精度化及び燃料棒単位計算への適用は博士課程で取り扱う予定である。

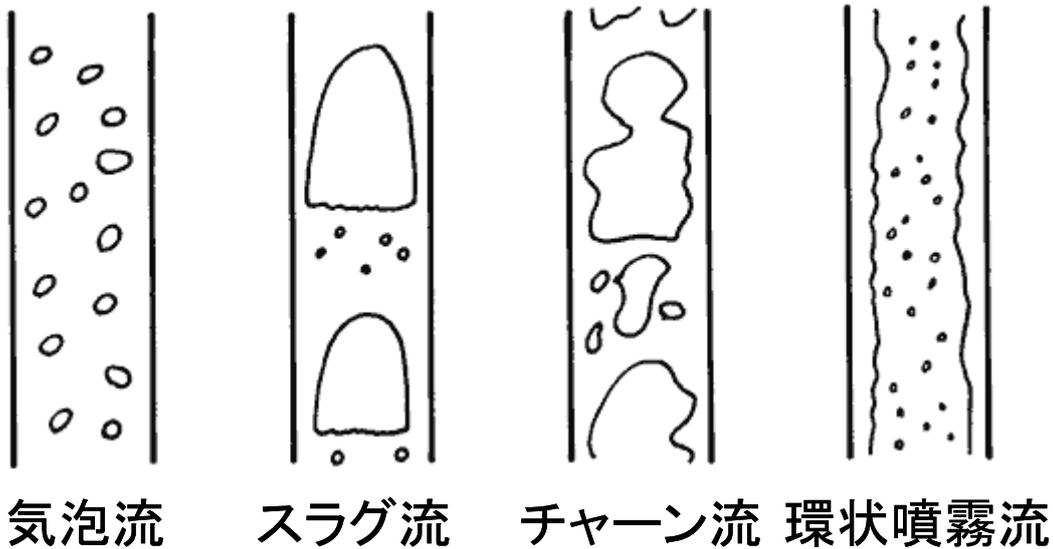


図 1.7 垂直加熱上昇管内の水と蒸気の二相流のフローパターンの例<sup>[8]</sup>

### 1.2.3 燃焼計算

原子炉では  $^{235}\text{U}$  や  $^{239}\text{Pu}$  のような核分裂性核種が中性子を吸収することで起こる核分裂反応で放出されるエネルギーを用いて発電を行っている。もちろん、 $(n, p)$  反応や  $(n, \gamma)$  反応、原子核の崩壊熱などに伴うエネルギーも含まれているが、主なエネルギー源は核分裂反応である。核分裂反応を起こした原子核は崩壊し、核分裂生成物といくつかの中性子を発生させる。発生した中性子は次の核分裂反応に使われたり、吸収されたりして消滅する。このように、原子炉ではその運転サイクル中に原子炉内の各核種の原子数密度が絶えず変化している。

燃焼計算では原子炉の運転によって炉内で絶えず変化する各核種の原子数密度を取り扱っている。

原子炉内の各核種の原子数密度の変化に伴って断面積も変化する。そのため、原子炉内の各核種の原子数密度の正確な評価は核分裂率分布の計算精度に大きな影響を及ぼすことになる。このように、運転サイクル中の原子炉内の各核種の原子数密度の変化を計算する燃焼計算の計算精度は炉心解析システムの計算精度を考える上で非常に重要である。

燃焼計算では燃焼に伴って起こる核種の変化を燃焼チェーンという形で整理する。燃焼チェーンは図 1.8 のような崩壊図式や  $^{238}\text{U} \rightarrow ^{239}\text{Np} \rightarrow ^{239}\text{Pu}$  のような変化を考えれば分かりやすいだろう。図 1.9 に MVP で用いられている燃焼チェーンを示す<sup>[11]</sup>。図 1.9 では重核種の燃焼チェーンの例について示したが、実際には核分裂生成物や Gd や Er のような可燃性毒物など多くの核種を取り扱う必要がある。例えば MVP では最も多い場合で重核種数 28、核分裂生成核種数 193 の計 221 核種の燃焼を取り扱うことが出来る。

燃焼チェーンについて簡単に説明したが、これだけでは実際にどのように各核種の原子数密度を計算しているのか分からない。そこで実際にどのように各核種の原子数密度を計算しているのか簡単に説明する<sup>[12]</sup>。

まず簡単な例として図 1.8 の例を考える。 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  を親核種 1 から娘核種 2 に変化する崩壊定数及び娘核種 2 から孫娘核種 3 に変化する崩壊定数とすると、以下の式が成立する。

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t), \quad \frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) \quad (1.2)$$

ここで(1.2)式を積分すると

$$N_1(t) = N_1(0) \exp(-\lambda_1 t), \quad N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \{ \exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t) \} + N_2(0) \exp(-\lambda_2 t) \quad (1.3)$$

となる。(1.3)式では核種の崩壊について説明したが、 $^{235}\text{U}$  の吸収反応による変化のように中性子を吸収して起こる反応では次のようになる。

$$\frac{dN^{25}(t)}{dt} = -N^{25}(t) \cdot \sigma_a(t) \cdot \phi(t) \quad (1.4)$$

ここで  $N^{25}(t)$  は  $^{235}\text{U}$  の原子数密度、 $\sigma_a(t)$  は  $^{235}\text{U}$  の微視的吸収断面積、 $\phi(t)$  は中性子束である。なお、 $N^{25}(t)$  の 25 という数字はどの重核種かを示しており、原子番号の一の位と質量数の一の位を組み合わせたもので、 $^{235}\text{U}$  では原子番号 92、質量数 235 からそれぞれの一の位を組み合わせて 25 となる。(1.4) 式をそのまま解くことは未知数の数が多いために不可能だが、微視的吸収断面積及び中性子束が時間で一定とすると、

$$\frac{dN^{25}(t)}{dt} = -N^{25}(t) \cdot \sigma_a \cdot \phi \quad (1.5)$$

となる。(1.5)式は単純な一階の微分方程式なので

$$N^{25}(t) = N^{25}(0) \exp(-\sigma_a \phi t) \quad (1.6)$$

となる。微視的吸収断面積と中性子束は既知なので、(1.6)式から  $^{235}\text{U}$  の吸収反応による変化が導き出される。なお、(1.4)式を解くにあたって微視的断面積及び中性子束が時間で一定と仮定した。実際の燃焼計算でも同じ仮定を用いているが、原子炉では微視的断面積も中性子束も時間で一定ではない。そのため、高い計算精度を得るためには微視的断面積及び中性子束が一定と仮定しても問題がないくらい時間幅を取る事が重要である。

(1.4)式では  $^{235}\text{U}$  のみを対象としてきたが、 $^{238}\text{U} \sim ^{241}\text{Pu}$  までの複数の核種が関係する燃焼について考えると

$$\frac{dN^{28}(t)}{dt} = -N^{28}(t) \cdot \sigma_a^{28} \cdot \phi \quad (1.7)$$

$$\frac{dN^{49}(t)}{dt} = -N^{49}(t) \cdot \sigma_a^{49} \cdot \phi + N^{28}(t) \cdot \sigma_c^{28} \cdot \phi \quad (1.8)$$

$$\frac{dN^{40}(t)}{dt} = -N^{40}(t) \cdot \sigma_a^{40} \cdot \phi + N^{49}(t) \cdot \sigma_c^{49} \cdot \phi \quad (1.9)$$

$$\frac{dN^{41}(t)}{dt} = -N^{41}(t) \cdot \sigma_a^{41} \cdot \phi + N^{40}(t) \cdot \sigma_c^{40} \cdot \phi \quad (1.10)$$

となる。ここで  $\sigma_c$  は微視的断面積である。(1.7)~(1.10)式の連立微分方程式を解くことでそれぞれの核種の原子数密度が求めることができる。しかし、(1.7)式から  $^{238}\text{U}$  の原子数密度を求め、それを用いて  $^{249}\text{Pu}$  の原子数密度を求め…と計算を行うのは非常に大変である。このように核種が少し増えるだけでも計算は非常に複雑になる。

(1.2)式や(1.5)式、(1.7)式~(1.8)式のような微分方程式を一般化すると

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \sum_j \gamma_{j,i} \sigma_{f,j} N_j(t) \phi_j + \sigma_{c,i-1} N_{i-1}(t) \phi + \sum_k \lambda_k N_k(t) - \sigma_{a,i} N_i(t) \phi - \lambda_i N_i(t) \quad (1.11)$$

となる。ここで  $\gamma_{j,i}$  は核種  $j$  の核分裂によって核種  $i$  が生成する確率、 $\sigma_{f,j}$  は微視的核分裂断面積である。(1.11) 式の右辺第一項は核分裂による生成、右辺第二項は中性子捕獲( $n, \gamma$ )反応による生成、第

三項は崩壊による生成、第四項は中性子を吸収することによる消滅、第五項は崩壊による消滅を示している。(2.12)式では中性子捕獲反応は(n, γ)反応のみとしているが、実際には(n, 2n)反応や(n, p)反応なども起こる場合がある。そのため、このような反応が起こる場合は必要に応じて(1.11)式に追加する必要がある。

(1.11)式は(1.2)式や(1.5)式、(1.7)式～(1.8)式と同様に一階の連立微分方程式になっている。核種の原子数密度をベクトルと見ると、(1.11)式は次のように書くことができる。

$$\frac{d\vec{N}(t)}{dt} = \mathbf{A}\vec{N}(t) \quad (1.12)$$

(1.12)式の解析解は形式的に以下の形で与えられる。

$$\vec{N}(t) = \exp(\mathbf{A}t)\vec{N}(0) \quad (1.13)$$

ここで $\exp(\mathbf{A}t)$ は指数行列と呼ばれ、Taylor 展開を用いて

$$\exp(\mathbf{A}t) = \mathbf{I} + t\mathbf{A} + \frac{t^2}{2!}\mathbf{A}^2 + \frac{t^3}{3!}\mathbf{A}^3 + \dots \quad (1.14)$$

で定義される。行列  $\mathbf{A}$  が大きい場合、(1.13)式を解析的に解くことは非常に困難である。特に燃焼計算では核種数が数十～数百になり、(1.13)式を解析的に解くことは不可能である。そこで実際の燃焼計算では(1.13)式を数値計算によって求めている。

最も単純な数値計算手法である陽解法について説明する。陽解法は有限差分法に基づく最も単純な数値解法である。(1.12)式の微分方程式を差分化すると

$$\frac{d\vec{N}}{dt} \approx \frac{\vec{N}^{l+1} - \vec{N}^l}{\Delta t} = \mathbf{A}\vec{N}^{l+1} \quad (1.15)$$

となる。ここで  $l$  は燃焼計算のステップ数を示し、行列  $\mathbf{A}$  の要素は燃焼ステップの間変化しないものとする。(1.15)式を変形すると

$$\vec{N}^{l+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta t)\vec{N}^l \quad (1.16)$$

となる。 $\vec{N}^l$  は既知のため、(1.16)式から  $l+1$  ステップ目の原子数密度を求めることができる。

しかし、陽解法は十分な計算精度を得るためには時間幅 $\Delta t$ を非常に細かくとる必要があり、燃焼ステップが多くなってしまふ。そのため、計算時間の増加や燃焼ステップが増加することによる数値計算上の丸め誤差の蓄積などが問題となる。これらのことから実際の燃焼計算コードではより時間幅 $\Delta t$ を多く取ることの出来る計算手法が用いられている。

なお、熱水力の説明でも述べたように、熱水力計算及び燃焼計算については本研究では取り扱っていない。これらの計算の高精度化及び燃料棒単位計算への適用は博士課程で取り扱う予定である。

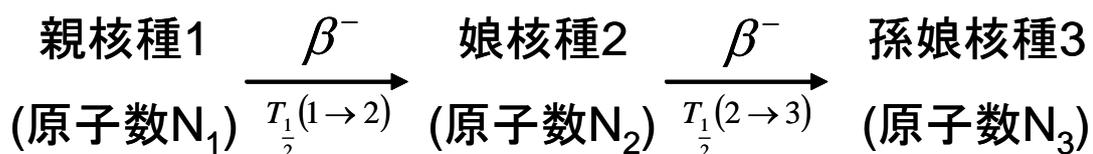


図 1.8 崩壊図の例

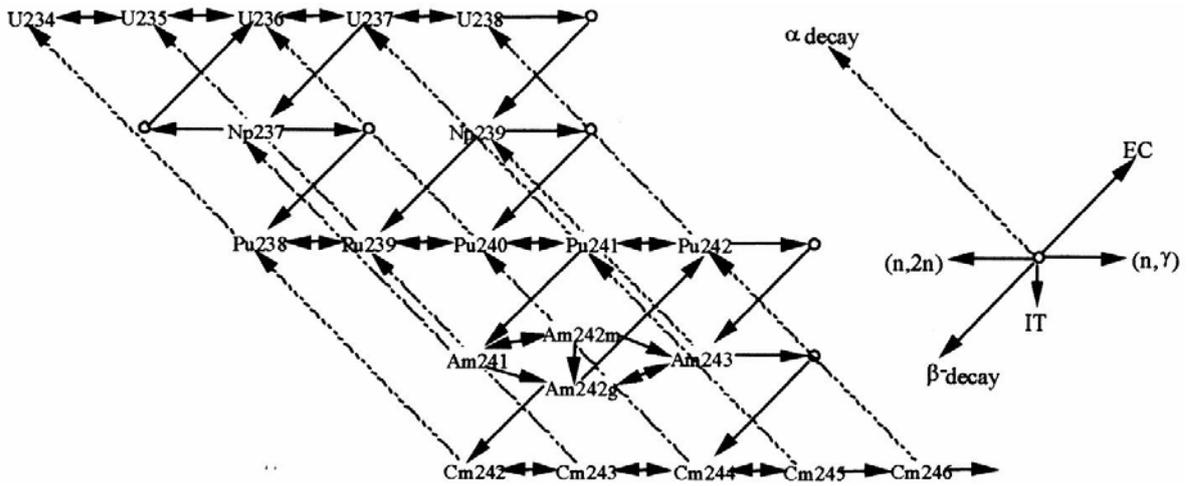


図 1.9 MVP の燃焼計算で用いられている燃焼チェーンの例<sup>[11]</sup>

### 1.3 BWR炉心核計算の概要

現行の BWR 炉心核計算の概要について説明する。図 1.10 に現行の BWR 炉心核計算の概要を示した。

炉心核計算を行う際に炉心形状を直接考慮した非均質体系の全炉心計算を計算することは現在の計算機の能力では現実的ではない。また、均質体系の全炉心計算も直接計算を行うことは出来ない。これは全炉心計算に必要な均質体系の断面積は核データライブラリーから直接得ることが出来ないこと、そして核データライブラリーを処理して得られる断面積のエネルギー群数は数万群もあり、炉心計算に用いるにはエネルギー群数を減らす必要があるからである。そこで現行の炉心計算では図 1.10 のようにまず単ピンセル体系において 100~200 群の多群非均質計算を行い、燃料棒、被覆管、減速材といった各領域の十数群の断面積を作成する。次に得られた断面積を用いて、二次元非均質体系において MOC などを用い、十数群の集合体計算を行っている。

この集合体計算は二次元計算で行っているが、実際の炉心は三次元である。特に BWR では炉内で沸騰現象が発生しており、また部分長燃料が装荷されている場合もあることなどから、軸方向での集合体内の中性子束分布の変化が非常に大きい。そのため、通常は軸方向を 24 ノードに分割して炉心計算を行っており、当然のことながら二次元集合体計算も 24 ノード全てを行う必要がある。

この集合体計算を炉心内の各集合体、各ノードについて行い、得られた結果から断面積を集合体単位で均質化し、1~3 群に群縮約することで三次元集合体単位全炉心計算に必要な断面積を得ることが出来る。最後に、得られた集合体単位の断面積を用いて近代ノード法を用いた拡散計算などの計算時間の早い手法を用いて集合体単位のメッシュ分割で 1~3 群の三次元全炉心計算を行っている。

このようにして詳細計算の結果を利用して徐々に均質化、縮約を行い、炉心計算に用いる断面積を得ることで炉心計算の結果も詳細計算の結果をある程度再現することができ、計算精度を向上させることが出来る。

本研究で提案する三次元 Pin-by-pin 計算はこの単ピンセル計算、集合体計算、全炉心計算の中で、全炉心計算に相当する部分である。背景でも述べたが、三次元 Pin-by-pin 計算は従来のように集合体内を均質化するのではなく、二次元非均質断面積計算の結果から燃料棒単位の均質化断面積を作成し、得られた断面積を用いて燃料棒単位で三次元全炉心計算を行うものである。

ここで近代ノード法について簡単に説明する。有限差分を用いた拡散計算ではメッシュ内の中性子束は一定であるが、近代ノード法では図 1.11 ようにメッシュ内の中性子束分布を多項式で展開して計算を行っている<sup>[13]</sup>。そのため近代ノード法では集合体内部の中性子束分布をある程度再現することができ、通常のメッシュ内の中性子束が一定であるとした有限差分の拡散計算に比べて高い計算精度を得ることができる。

加速計算法の開発と計算機能力の目覚ましい発展により、三次元 Pin-by-pin 計算が現実的な計算時間内で計算出来るようになってきたが、20 年ほど前の計算機では三次元 Pin-by-pin 計算を現実的な時間内で行うことは不可能であった。そこで粗メッシュ計算ながらも計算精度の高い手法として考案されたのが近代ノード法である。

図 1.11 に領域 i、j 内をそれぞれ 1 メッシュとした粗メッシュ計算、領域 i、j 内をそれぞれ 5 メッシュに分割した詳細メッシュ計算及び、領域 i、j をそれぞれ 1 メッシュとした近代ノード法の場合の中性子束分布の取り扱いについて示した。詳細メッシュ計算での中性子束分布を参照解とすると、近代ノード法での中性子束分布の方が、粗メッシュ計算での中性子束分布に比べより詳細メッシュ計算での中性子束分布に近い形状であることが分かる。このように、近代ノード法は領域内の中性子束分布を多項式で展開することで、少ないメッシュ数で詳細メッシュ計算に近い計算精度が得ることが出来る。

また近代ノード法を用いた炉心計算には、均質化誤差を低減させるために 2 章で詳しく述べる不連続因子<sup>[14]</sup>を用いている。不連続因子はメッシュ境界の中性子束を不連続とすることで非均質体系の反応率を保存させる手法である。

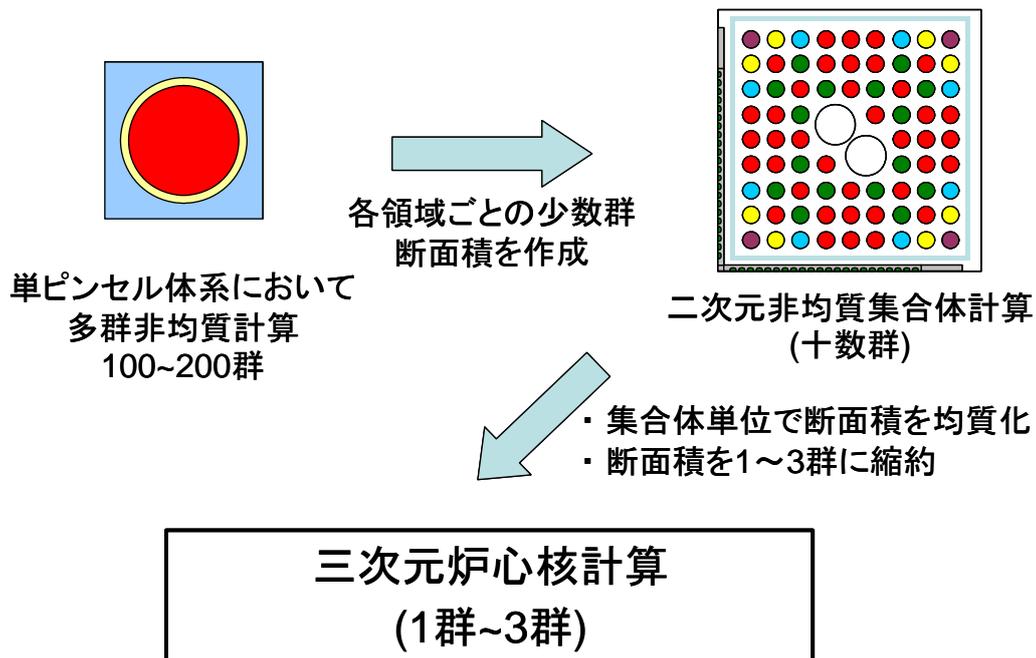


図 1.10 BWR 炉心核計算の概要

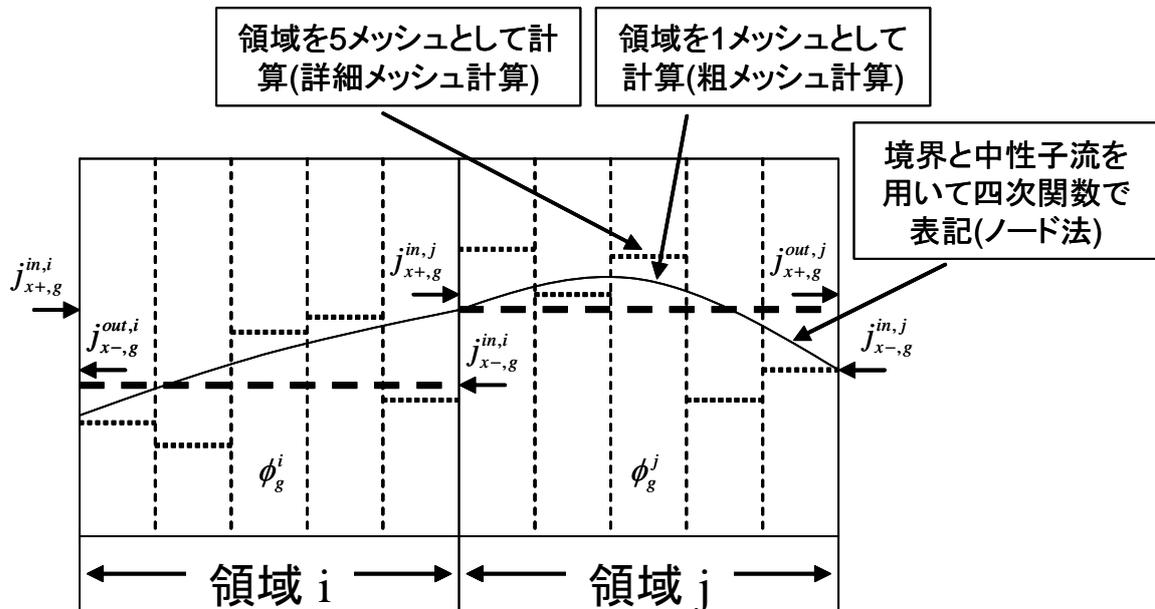


図 1.11 ノード法の例

#### 1.4 三次元PIN-BY-PIN計算の利点

三次元 Pin-by-pin 計算は燃料棒単位で均質化を行う手法である。従来の炉心計算手法である近代ノード法では燃料集合体内を均質化しているため、燃料棒出力分布を直接評価することが出来なかった。燃料棒出力分布の正確な評価は、出力ピーキング係数のような炉心設計において重要な炉心パラメータの計算精度を向上させることに繋がるため、非常に重要である。そこで近代ノード法では燃料棒出力再構成法を用いて燃料棒出力分布を計算している。燃料棒出力再構成法は集合体内の中性子束を四次関数で展開して燃料棒単位の核分裂率を計算する手法である。燃料棒出力再構成法を用いることで集合体内の燃料棒出力を再現することが出来る。しかし、燃料棒出力再構成法では高濃度の Gd 入り燃料棒が挿入された集合体や最外周に Gd 入り燃料棒が挿入された燃料集合体のような非均質性の大きい集合体が装荷された体系では燃料棒出力分布の正確な評価が困難になる可能性がある。

一方、三次元 Pin-by-pin 計算では燃料棒単位で均質化を行っており、燃料棒出力分布を直接評価することが出来る。そのため、近代ノード法に比べより高い計算精度で燃料棒出力分布を計算することが期待できる。

また近い将来、MOX 燃料集合体が炉内に装荷されることが予定されている。MOX 燃料集合体と  $\text{UO}_2$  燃料集合体ではその核的性質が大きく異なっているため、炉内で MOX 燃料集合体と  $\text{UO}_2$  燃料集合体を混在して炉心に装荷すると図 1.12 のように MOX 燃料集合体と  $\text{UO}_2$  燃料集合体が隣接する領域で燃料棒出力分布が大きく変化する。そのため、MOX 燃料集合体のような核的に非均質な燃料集合体を装荷した場合、従来の燃料棒出力再構成手法では精度よく計算できない可能性がある。そこで、そのような核的な非均質の大きい燃料集合体が炉内に装荷された場合でも高い計算精度を得るために、三次元 Pin-by-pin 計算を BWR 炉心計算に適用することを検討することが望ましい。

しかし、三次元 Pin-by-pin 計算は従来の近代ノード法に比べ多大な計算コストが必要である。この問題は二つの要因によって解決されつつある。

まず一つ目の要因が収束加速法の改良である。三次元 Pin-by-pin 計算を加速法を適用せずに計算しようとする場合、計算時間が非常に長くなる。また、体系によっては収束しない場合もある。この問

題は 2 章で詳しく述べる、Coarse Mesh Finite Difference 法<sup>[15]</sup>(CMFD 法)や Generalized Coarse Mesh Rebalance 法<sup>[16]</sup> (GCMR 法)のような加速法が開発されることで解決することが出来るようになった。CMFD 法や GCMR 法のような加速法を適用することで、計算時間の大幅な短縮と、収束の安定性が得られ、詳細メッシュ計算においても現実的な時間内で計算することが可能になった。

第二の問題点が計算機能力の向上である。三次元 Pin-by-pin 計算は近代ノード法に比べメッシュを詳細に分割するため、メッシュ数が圧倒的に多い。計算に必要なメモリー量もメッシュ数に比例するため、大容量のメモリーが必要となる。このような大容量のメモリーを必要とする計算は計算機能力の制約から困難であったため、現在まで近代ノード法が主流であった。しかし、近年の計算機能力の向上からそれらの問題は解消されつつある。

このように加速法の改良と計算機能力の向上という二つの理由から、三次元 Pin-by-pin 計算を炉心解析手法に適用しても現実的な計算時間で計算することが出来ると考えられる。

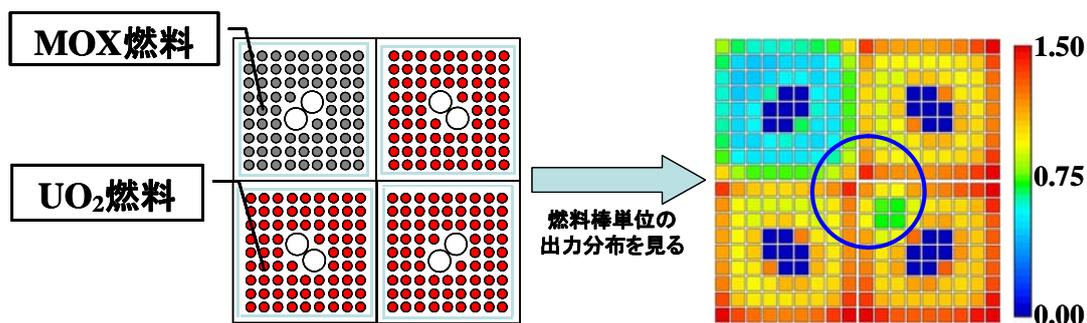


図 1.12 MOX と UO<sub>2</sub> 燃料での出力分布の差異

## 1.5 三次元PIN-BY-PIN計算の誤差要因

三次元 Pin-by-pin 計算を BWR に適用した際の主な誤差要因として挙げられるものは

- ・ 非均質なセルを均質化することによる均質化誤差
- ・ 本来連続な中性子束分布をセル内の中性子束分布が一定とすることによるメッシュ誤差
- ・ 輸送理論を近似することによる誤差
- ・ エネルギー群を縮約することによる誤差

の三つである。三次元 Pin-by-pin 計算では高い計算精度を得るためにそれらの誤差の影響を低減させる必要がある。以下にそれらの誤差について説明する。なお、エネルギー群を縮約することによる誤差に関しては、本研究で用いる三次元 Pin-by-pin 計算ではエネルギー群数を 8 群と従来手法に比べて十分多く取る予定であることから本論文では取り扱わないものとする。

### 1.5.1 均質化誤差

BWR 燃料集合体は円筒形の燃料棒、ウォーターロードや角型のチャンネルボックスなど、様々な幾何形状の物質から構成されている。三次元 Pin-by-pin 計算では、図 1.13 のように非均質体系から直方体のみで構成される均質体系に均質化して計算を行っている。

この際に非均質体系の断面積から均質体系の断面積  $\bar{\Sigma}_{Cm}$  を(1.17)式のようにして求めている。

$$\bar{\Sigma}_{Cm,g} = \frac{\sum_{m \in Cm} \sum_{m,g} \phi_{m,g}^{hetero} V_m}{\sum_{m \in Cm} \phi_{m,g}^{hetero} V_m} \quad (1.17)$$

ここで図 1.14 に示しているように  $C_m$  は燃料セル、 $m$  は燃料棒、被覆管、減速材領域である。また、 $\phi_{m,g}^{hetero}$ 、 $V_m$  は非均質体系で求めた領域  $m$  におけるエネルギー  $g$  群の中性子束及び体積である。

(1.17)式においては次の(1.18)式が成立すると仮定している。

$$\bar{\Sigma}_{Cm,g} \phi_{Cm,g}^{homo} \sum_{m \in Cm} V_m = \bar{\Sigma}_{Cm,g} \phi_{Cm,g}^{homo} V_{Cm} = \sum_{m \in Cm} \Sigma_{m,g} \phi_{m,g}^{hetero} V_m \quad (1.18)$$

(1.18)式が成立するならば非均質な体系の反応率と均質な体系の反応率は一致する。例えば全て同じ断面積の一様な体系を均質化する場合は(1.18)式は成立する。しかし、一般的には非均質体系では(1.18)式は成立しない。これは燃料セルを均質化することにより、中性子の入射に対する流出の関係が非均質体系に比べて変化するためである。

(1.18)式が成立しない場合について説明する。図 1.15 のようにセルの中心に中性子強吸収体のある体系を考える。考えやすくするため、中性子が一方向のみから飛んでくるものとする。すると図 1.15 のように非均質体系では中性子の飛行方向と中性子強吸収体が交わる場合にのみ吸収される。このような体系を(1.4)式を用いて均質化を行うことを考える。図 1.15 のような非常に強い中性子吸収体を含んだ非均質体系を(1.4)式を用いて均質化を行うと、中性子強吸収体の吸収断面積が非常に大きいため均質化断面積の吸収断面積も大きくなってしまう。そのような吸収断面積の大きな断面積を用いて均質体系を計算すると、図 1.15 示したようにセル内全体でほとんどの中性子が吸収されてしまう。そのため、(1.17)式を用いた断面積の均質化では非均質体系と均質体系で体系全体の反応率が一致しない場合がある。

このように均質化では(1.18)式は一般的に成立しない。これが均質化誤差の原因である。三次元 Pin-by-pin 計算を行う場合、Gd 入り燃料棒のような中性子の強吸収体を均質化する際に均質化誤差が大きくなる。これは図 1.15 のように中性子の強吸収体の影響が均質化することによってセル全体に及ぶようになるためである。

均質化誤差を低減させる手法としては、2章で詳しく述べる SPH 法<sup>[17]</sup>や不連続因子<sup>[14]</sup>がある。これらの手法は、(1.18)式が成立するように非均質体系の計算結果を基に均質体系の断面積を補正する手法である。これらの手法を用いることで、均質体系においても非均質体系の計算結果に近い精度で計算を行うことが可能である。

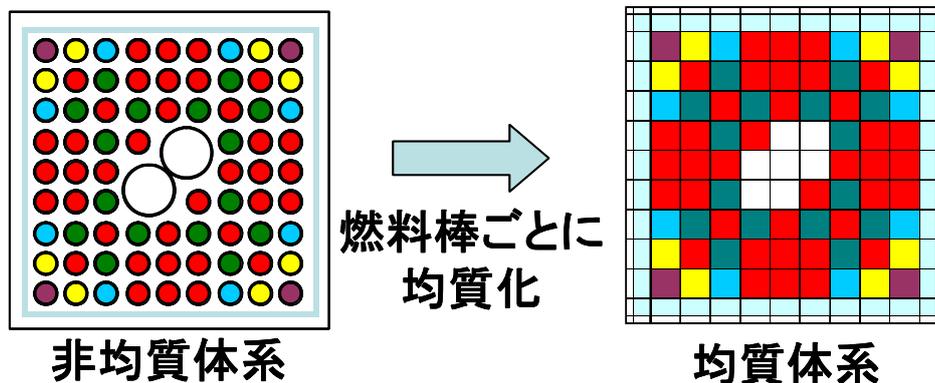


図 1.13 三次元 Pin-by-pin 計算での均質化の例

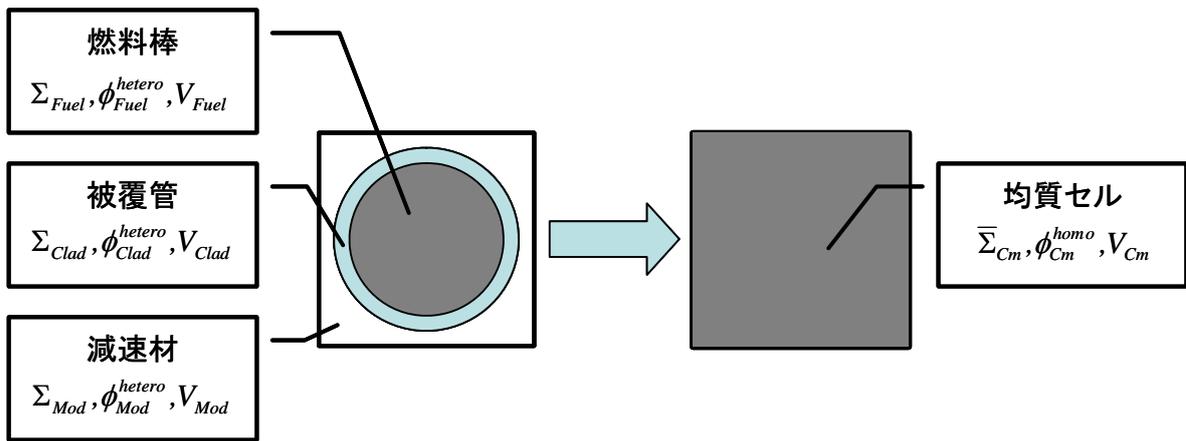


図 1.14 均質体系と非均質体系との違い

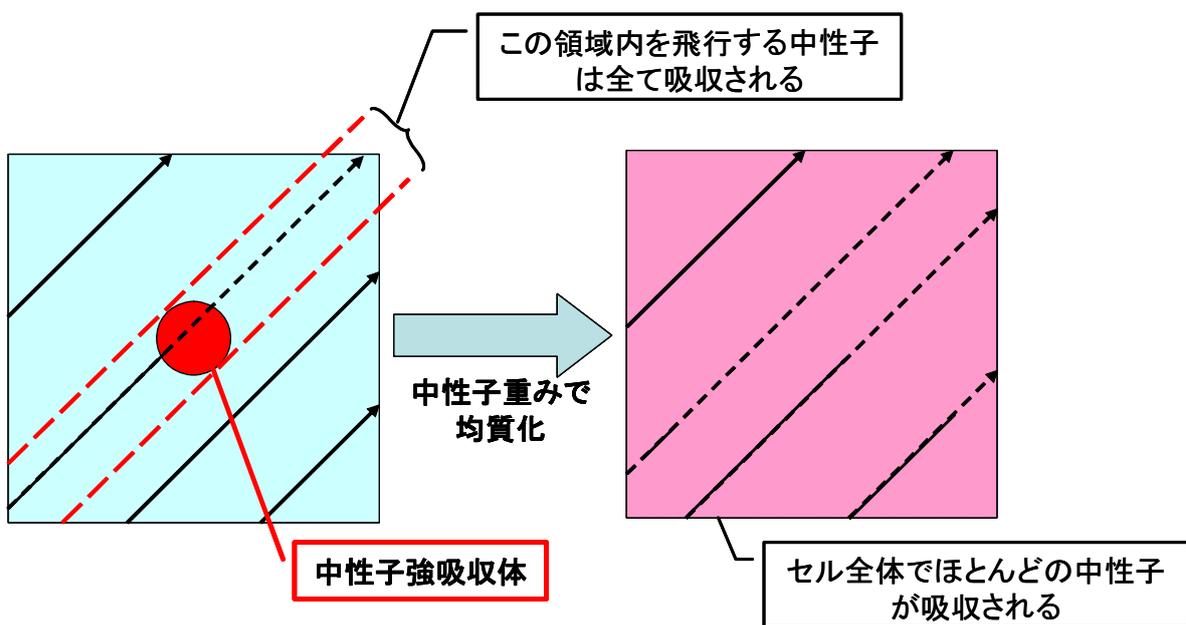


図 1.15 均質化誤差の例

### 1.5.2 メッシュ誤差

実際の体系では中性子束分布は連続的に変化しているが、計算機で計算する場合、中性子束が連続として計算することは困難である。そこで差分法では、ある領域内の中性子束が一定であるとみなして領域を離散化して計算を行っている。三次元 Pin-by-pin 計算では、燃料セルごとに領域を離散化して計算を行っている。

前述した近代ノード法のように、セル内を関数展開して中性子束を連続として取り扱っている手法もあるが、その場合でも境界の中性子束を用いて関数化しているため、セルの大きさが大きければ大きいほど実際の中性子束分布と異なった分布を示す。そのため、関数展開を行った場合でもその領域内で中性子束が関数状に変化するとして離散化を行っている。

このように、実際には連続である中性子束分布を領域ごとに離散化して計算していることに起因して発生する誤差がメッシュ誤差である。メッシュ誤差は、本来は連続的に取り扱うものを不連続なものとして取り扱うことから生じる誤差であり、メッシュサイズが大きければ大きいほどメッシュ誤差は大きくなる。

メッシュ誤差を低減する手段として最も単純なものはメッシュをより細かく分割することである。図 1.16 のようにメッシュ内を詳細に分割することでメッシュ誤差は低減される。しかし、メッシュ数を増加させると、計算領域も増加してしまう。図 1.16 の例ではメッシュ誤差を低減させるためにメッシュ数を 16 倍に増加させている。大まかに言うと、計算時間はメッシュ数に比例して増加する。そのため、図 1.16 のようにメッシュ数を 16 倍すると、計算時間も約 16 倍に増加する。このため、メッシュ分割数は出来るだけ減らすことが望ましい。

メッシュ分割数を出来るだけ増やさずに高い計算精度を得る手法として、1.3 節で説明した近代ノード法がある。近代ノード法は領域内の中性子束分布を多項式で表現することで少ないメッシュ数で高い計算精度を得る手法である。このようにメッシュ内の中性子束をより解析的に計算することでメッシュ誤差を低減することが可能であり、本研究ではメッシュ誤差を低減するために 2.3 節で説明する多項式解析的ノード法などの空間離散化法を用いてメッシュ誤差の低減についての検討を行なう。

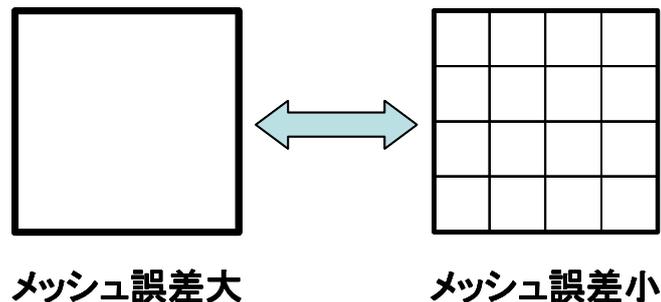


図 1.16 メッシュ誤差の例

### 1.5.3 計算手法による誤差

本研究では三次元 Pin-by-pin 計算の計算手法に拡散計算及び SP3 法を適用することを検討している。これらの手法は計算時間が短い代わりに MOC や衝突確率法のような詳細輸送計算に比べ多くの近似を用いている。

詳細及び計算手法の導出については次章の 2.1 節で説明するが、拡散計算<sup>[7]</sup>や SP3 法<sup>[6]</sup>では中性子の飛行方向分布の非等方性などに近似を用いている。このように拡散計算や SP3 法を用いると、それらの計算手法が用いている近似に起因する誤差が発生する。この誤差が計算手法による誤差である。

計算手法による誤差は、MOC や衝突確率法などの詳細輸送計算やモンテカルロ法のようにより厳密な計算手法を用いることで低減することが出来るが、計算時間が大幅に増加してしまう。そのため、必要な計算精度と許容できる計算精度を考慮して適当な計算手法を選択する必要がある。

## 1.6 炉心解析におけるBWRとPWRの違い

三次元 Pin-by-pin 計算手法は、PWR では既に炉心設計に適用されており、高い計算精度を有していることが示されている<sup>[4]</sup>が、BWR で適用された例はない。図 1.3 に示したように BWR と PWR では集合体の形状が大きく異なっている。PWR では、燃料集合体の間にウォーターギャップがほとんど存在せず、また同じ半径の燃料棒が均等に配置されている。しかし BWR では、図 1.3 に示されているように燃料集合体間にはウォーターギャップが存在し、また集合体中心部に大口径ウォーターロードが挿入されているため、PWR に比べ核的な非均質性が大きくなっている。集合体形状の他にも十字型制御棒や部分長燃料の存在、炉内で沸騰現象が起きており燃料棒の下部と上部で軽水の密度が異なること

など、BWR と PWR では炉内の構造・状態が大きく異なっている。そのため、PWR で高い計算精度が得られていても BWR に適用した際に高い計算精度が得られる保証はない。

さらに、図 1.17 に示すように BWR では燃料集合体の高燃焼度化に伴い、集合体内の燃料棒本数やウォーターロードの本数・形状が変化してきた。そのため PWR と異なり、炉内で形状の異なる燃料集合体が混在している場合がある。特に  $8 \times 8$  燃料集合体と  $9 \times 9$  燃料集合体や  $9 \times 9$  燃料集合体と  $10 \times 10$  燃料集合体のように、燃料棒本数の異なる燃料集合体が混在している場合は、図 1.18 のように炉内で異なる燃料棒本数の燃料集合体が隣接することになる。従って、三次元 Pin-by-pin 計算を BWR に適用する場合、このような異なるメッシュ数の燃料集合体が隣接する体系を取り扱う必要がある。そこで三次元 Pin-by-pin 計算に用いる計算手法は、このようなメッシュ不整合領域の取り扱いを考慮しなければならない。

本研究で三次元 Pin-by-pin 計算の計算手法として提案する拡散計算及び SP3 法を用いた従来の炉心解析コードでは、今までこのような異なるメッシュ数の燃料集合体が隣接する体系を取り扱うことが出来なかった。そこで本研究ではそのような体系を取り扱うことが出来る計算手法の提案も行った。

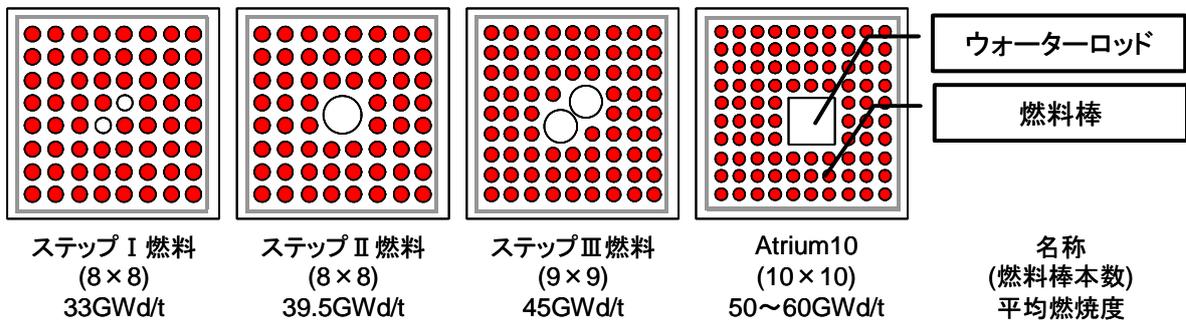


図 1.17 高燃焼度化に伴う燃料集合体の進化

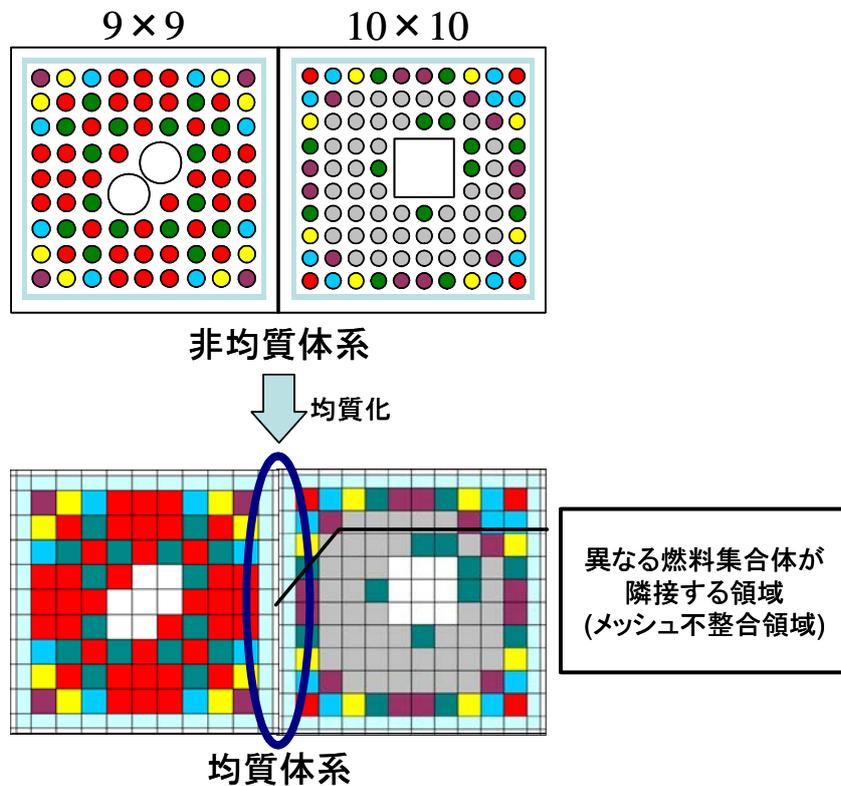


図 1.18 メッシュ不整合体系の例

## 1.7 本論文の構成

本論文の構成について説明する。本論文は7章構成で、本章では本研究で取り上げる三次元 Pin-by-pin 計算と現行の炉心計算手法の概要について述べた。2章では本研究で用いる計算手法について説明した。

3章以降では実際に三次元 Pin-by-pin 計算を BWR 炉心計算に適用する際の問題点について検討を行う。三次元 Pin-by-pin 計算を BWR 炉心計算に適用する際の問題点として本研究では

- ・ 三次元 Pin-by-pin 計算に適用する輸送計算手法の選択
- ・ メッシュ不整合体系を取り扱い可能な SP3 法計算コードの開発
- ・ メッシュ誤差を低減させた空間離散化法の適用

の三点について検討を行った。

そこで各問題点を一章ずつに分離し、それぞれの問題点について検討を行った。3章では三次元 Pin-by-pin 計算の計算手法として拡散計算及び SP3 法を挙げ、両手法の計算結果を比較した<sup>[18]</sup>。4章ではメッシュ不整合体系を取り扱い可能な SP3 法計算コードの開発について検討を行った<sup>[19]</sup>。最後に5章では空間離散化法として有限差分法、多項式解析的ノード法、SSS 法を挙げ、それぞれの計算精度を比較した<sup>[20]</sup>。

3章～5章までは二次元体系において検討を行ってきた。そこで3章～5章の検討結果を踏まえ、6章で実際に三次元 Pin-by-pin 計算コードを開発し計算精度等について検証を行った。また、6章では GCMR 法<sup>[16]</sup>を用いた加速についても検討を行った。

最後に7章で3章～6章までの結果についてのまとめを行った。

## 2. 計算手法

---

### 2.1 輸送計算手法

前章の(1.1)式に示したように、原子炉内の中性子の振る舞いは次に示すボルツマン輸送方程式によって厳密に書き表すことが出来る。

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (2.1)$$

$\vec{r}$	: 位置
$E$	: エネルギー
$\vec{\Omega}$	: 方位ベクトル
$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$	: 角度中性子束
$\Sigma_t(\vec{r}, E)$	: 巨視的全断面積
$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$	: 中性子源

(2.1)式は厳密な計算式だが、この式を用いて直接計算を行うことは1章で示したように困難である。そこで輸送計算手法ではこのボルツマン輸送方程式を様々な近似を用いて計算しやすい形に変形している。

まず全ての輸送計算手法に共通する近似がエネルギーの離散化である。本来、中性子のエネルギー分布は連続であるが、中性子のエネルギーをある群数に離散化する。1.3節で述べたように、原子炉の炉心計算においては単ピンセル体系で100~200群、集合体計算で十数群、三次元炉心核計算では1~3群にまで縮約している。

また、エネルギー群と同様に中性子の飛行方向についても何らかの近似を用いる必要がある。体系中の中性子の飛行方向分布は一様ではなく、飛行方向分布に偏りが生じている。

エネルギーと同様に中性子の飛行方向分布についても離散化を行う手法の代表的なものとしてMOCがある。詳細については後述するが、MOCでは中性子の飛行方向を代表的な方向に離散化し、それぞれの方向にそって中性子が飛行していると仮定して計算を行う手法である。

また、中性子の飛行方向を関数展開するという手法もある。この手法の代表的なものとして拡散及びSP3計算がある。拡散及びSP3計算では中性子の飛行方向を、球面調和関数を用いて展開している。

本研究では炉心計算に拡散及びSP3計算を、断面積作成及び参照解計算用にMOCを用いているのでこれらの計算手法について説明する。

#### 2.1.1 拡散計算

拡散近似とは中性子の飛行方向に関して近似を行うものである。体系内の中性子は全ての方角に一樣に飛んでいる訳ではない。例えば反射体と燃料集合体からなる体系の中性子の飛行方向の分布を考える。燃料集合体では核分裂によって発生した高速中性子が多く、また反射体では散乱によって減速され、熱中性子束が多くなる。そのため、燃料集合体と反射体の境界を飛ぶ中性子の飛行方向の分布を考えると、高速中性子は燃料集合体から反射体へと飛ぶ中性子の方が反射体から燃料集合体へと飛

ぶ中性子に比べて多くなる。このように体系内の中性子の飛行方向には偏りが存在している。この中性子飛行方向の偏りを関数展開することで近似する手法が拡散計算である。

図 2.1 に中性子の飛行方向の例を示す。図 2.1 の左側は中性子の飛行方向  $\theta$  と、その飛行方向に飛んでいる中性子の割合 1 を図示したものである。図 2.1 の左側では前方方向に飛ぶ中性子に比べて後方に飛ぶ中性子の数が少なくなっていることが分かる。図 2.1 の左側の中性子の飛行方向の角度分布をグラフにしたのが図 2.1 の右側である。

図 2.1 の右側のような中性子の角度分布を関数で近似することを考える。拡散計算ではこの中性子の角度分布を、ルジャンドル関数を用いて展開している。n 次のルジャンドル関数は以下の式で書き表すことができる関数である。

$$P_n(\cos \theta) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d \cos^n \theta} (\cos^2 \theta - 1)^n \quad (2.2)$$

図 2.2 にルジャンドル関数を示す。中性子の角度分布の非等方性をルジャンドル関数の  $P_1$  成分まで展開したものが拡散近似である。

なお、中性子は三次元空間を飛ぶため、実際にはルジャンドル関数を三次元に拡張した球面調和関数展開を用いて中性子の角度分布を近似している。しかし球面調和関数は計算式が複雑であり、また様々な参考書に導出が示されている<sup>[21]</sup>ため、ここでは説明を省略する。

ルジャンドル関数による展開を用いて一次元体系における拡散方程式の導出について説明する。

まず、位置  $r$ 、エネルギー  $E$  の中性子束をルジャンドル関数で展開することを考えると

$$\phi(x, E, \mu) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{n=0}^k P_n(\mu) \phi_n(x, E) \right] d\varphi = \frac{1}{2} \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{n=0}^k P_n(\mu) \phi_n(x, E) \right] \quad (2.3)$$

と書くことが出来る。ここで  $\mu = \cos \theta$  とした。

拡散方程式はルジャンドル関数の  $P_1$  成分までを用いて展開するので、(2.3)式を  $k=1$  とすると、

$$\phi(x, E, \mu) = \frac{1}{2} \{P_0(\mu)\phi_0(x, E) + P_1(\mu)\phi_1(x, E)\} \quad (2.4)$$

となる。ここでルジャンドル関数の性質について簡単に説明する。ルジャンドル関数には以下の直交性がある。

$$\int_{-1}^1 P_m(\mu) P_n(\mu) d\mu = \begin{cases} 0 (n \neq m) \\ \frac{2}{2n+1} (n = m) \end{cases} \quad (2.5)$$

(2.5)式中の  $z$  は  $\cos \theta$  であるので、球面座標を考えれば分かる通り、(2.5)式は  $\theta$  方向の全成分を積分していることになる。ここで実際に(2.5)式が正しいか確認することにする。(2.2) 式より

$$\begin{aligned} P_0(\mu) &= 1 \\ P_1(\mu) &= \mu \\ P_2(\mu) &= \frac{3\mu^2 - 1}{2} \\ P_3(\mu) &= \frac{5\mu^3 - 3\mu}{2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

となる。(2.6)式を(2.5)式に代入すると

$$\int_{-1}^1 P_0(\mu)P_0(\mu)d\mu = \int_{-1}^1 1 \cdot 1d\mu = [\mu]_{-1}^1 = 2$$

$$\int_{-1}^1 P_1(\mu)P_0(\mu)d\mu = \int_{-1}^1 \mu \cdot 1d\mu = \left[ \frac{1}{2}\mu^2 \right]_{-1}^1 = 0 \quad (2.7)$$

$$\int_{-1}^1 P_1(\mu)P_1(\mu)d\mu = \int_{-1}^1 \mu \cdot \mu d\mu = \left[ \frac{1}{3}\mu^3 \right]_{-1}^1 = \frac{2}{3}$$

となる。このように(2.5)式は少なくとも低次が正しいことが分かるだろう。

ここで(2.4)式に(2.6)式を代入すると

$$\phi(x, E, \mu) = \frac{1}{2} \{ \phi_0(x, E) + \mu \phi_1(x, E) \} \quad (2.8)$$

となる。

ここで、実際に計算で取り扱う全中性子束について説明する。ある方向に飛ぶ中性子量を角度中性子束と呼び、その角度中性子束を全飛行方向について積分したものが全中性子束であり、次式で表す。

$$\phi(x, E) = \int_{-1}^1 \phi(x, E, \mu) d\mu \quad (2.9)$$

(2.8)式を(2.9)式に代入すると

$$\phi(x, E) = \int_{-1}^1 1 \times \phi(x, E, \mu) dz = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_0(\mu) \times \left\{ \sum_{n=0}^1 P_n(\mu) \phi_n(x, E) \right\} d\mu \quad (2.10)$$

となる。ここでルジャンドル関数の直交性により、

$$\begin{aligned} \phi(x, E) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_0(\mu)P_0(\mu)\phi_0(x, E)d\mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_0(\mu)P_1(\mu)\phi_1(x, E)d\mu \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_0(\mu)P_0(\mu)\phi_0(x, E)d\mu + 0 = \phi_0(x, E) \end{aligned} \quad (2.11)$$

となり、ルジャンドル関数の 0 次成分が全中性子束に等しいことが分かった。全中性子束と同様に中性子流も次式で表される。

$$J(x, E) = \int_{-1}^1 \mu \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu \quad (2.12)$$

(2.8)式を(2.12)に代入し、全中性子束の場合と同様にルジャンドル関数の直交性から

$$J(x, E) = \int_{-1}^1 \mu \times \phi(x, E, \mu) d\mu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_1(\mu) \times \left\{ \sum_{n=0}^1 P_n(\mu) \phi_n(x, E) \right\} d\mu$$

$$\begin{aligned}
J(x, E) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_1(\mu) P_0(\mu) \phi_0(x, E) d\mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_1(\mu) P_1(\mu) \phi_1(x, E) d\mu \\
&= 0 + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P_1(\mu) P_1(\mu) \phi_1(x, E) d\mu = \frac{1}{3} \phi_1(x, E)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

となる。

次にボルツマン方程式をルジャンドル関数で展開することを考える。一次元のボルツマン方程式は(2.1)式より

$$\mu \cdot \frac{d}{dx} \phi(x, E, \mu) + \Sigma_t(E) \phi(x, E, \mu) = Q(x, E, \mu) \tag{2.14}$$

となる。ここで全断面積  $\Sigma_t$  を位置  $r$  に依存しないものとした。(2.14)式に  $P_0(z)$ 、 $P_1(z)$  をそれぞれ掛けて積分する。

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 P_0(\mu) \cdot \mu \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 P_0(\mu) \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu = \int_{-1}^1 P_0(\mu) \cdot Q(x, E, \mu) d\mu \tag{2.15}$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 P_1(\mu) \cdot \mu \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 P_1(\mu) \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu = \int_{-1}^1 P_1(\mu) \cdot Q(x, E, \mu) d\mu \tag{2.16}$$

(2.6)式から

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 1 \cdot \mu \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 1 \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu = \int_{-1}^1 1 \cdot Q(x, E, \mu) d\mu \tag{2.17}$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \mu \cdot \mu \cdot \phi(x, E, \mu) d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 \mu \cdot \phi(x, E, \mu) dz = \int_{-1}^1 \mu \cdot Q(x, E, \mu) d\mu \tag{2.18}$$

となる。ここで(2.8)式を代入し、中性子源もルジャンドル関数で展開すると

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \mu \cdot \frac{1}{2} \{ \phi_0(x, E) + \mu \phi_1(x, E) \} d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \{ \phi_0(x, E) + \mu \phi_1(x, E) \} d\mu \\
&= \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \{ Q_0(x, E) + \mu Q_1(x, E) \} d\mu
\end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \mu \cdot \mu \cdot \frac{1}{2} \{ \phi_0(x, E) + \mu \phi_1(x, E) \} d\mu + \Sigma_t(E) \int_{-1}^1 \mu \cdot \frac{1}{2} \{ \phi_0(x, E) + \mu \phi_1(x, E) \} dz \\
&= \int_{-1}^1 \mu \cdot \frac{1}{2} \{ Q_0(x, E) + \mu Q_1(x, E) \} d\mu
\end{aligned} \tag{2.20}$$

となる。ここで(2.7)式のルジャンドル関数の直交性により、

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{3} \phi_1(x, E) + \Sigma_t(E) \phi_0(x, E) = Q_0(x, E) \tag{2.21}$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-1}^1 \mu^3 d\mu \cdot \phi_1(x, E) + \frac{d}{dx} \frac{1}{3} \phi_0(x, E) + \Sigma_t(E) \frac{1}{3} \phi_1(x, E) = \frac{1}{3} Q_1(x, E) \quad (2.22)$$

となる。ここで  $Q_0(x, E)$ 、 $Q_1(x, E)$  は中性子源をルジャンドル関数で展開したものである。これらの物理的意味は  $Q_0(x, E)$  が中性子の散乱が等方的場合の中性子源、 $Q_1(x, E)$  が中性子の散乱が非等方性の一次までを考慮した中性子源である。(2.22)式は

$$\int_{-1}^1 \mu^3 d\mu = \frac{1}{4} [\mu^4]_{-1}^1 = 0 \quad (2.23)$$

より

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{3} \phi_0(x, E) + \Sigma_t(E) \frac{1}{3} \phi_1(x, E) = \frac{1}{3} Q_1(x, E) \quad (2.24)$$

(2.21)式、(2.24)式を(2.11)、(2.14)式で求めた全中性子束及び中性子流で表すと

$$\frac{d}{dx} J(x, E) + \Sigma_t(E) \phi(x, E) = Q_0(x, E) \quad (2.25)$$

$$\frac{d}{dx} \phi(x, E) + 3\Sigma_t(E) J(x, E) = Q_1(x, E) \quad (2.26)$$

となる。ここで非等方散乱によって生じる中性子源がないと仮定すると、(2.26)式より中性子流と中性子束の関係が得られる。

$$J(x, E) = -\frac{1}{3\Sigma_t(E)} \frac{d}{dx} \phi(x, E) = -D(E) \frac{d}{dx} \phi(x, E) \quad (2.27)$$

ここで  $D(E)$  は拡散係数である。(2.27)式を(2.25)式に代入すると

$$-D(E) \frac{d^2}{dx^2} \phi(x, E) + \Sigma_t(E) \phi(x, E) = Q(x, E) \quad (2.28)$$

となり、拡散方程式が導出された。

さらに(2.28)をエネルギーで離散化し、実際の計算に用いる形にするとエネルギー  $g$  群における拡散方程式は

$$-D_g \nabla^2 \phi_g + \Sigma_{r,g} \phi_g = Q_g \quad (2.29)$$

となる。ここで核分裂を考慮する場合、中性子源は散乱によって別のエネルギー群数  $g'$  からエネルギー群  $g$  に変化する中性子と核分裂によって発生する中性子及び中性子源の和を用いて次のように書ける。

$$Q_g(x) = \sum_{g \neq g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'}(x) + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'}(x) \quad (2.30)$$

(2.29)式に(2.30)式を代入すると

$$-D_g \nabla^2 \phi_g(x) + \Sigma_{r,g} \phi_g(x) = \sum_{g \neq g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'}(x) + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'}(x) \quad (2.31)$$

となる。(2.31)式はエネルギー  $g$  群の拡散方程式である。ここで  $\Sigma_{r,g}$  は除去断面積といい、

$$\Sigma_{r,g} = \Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,g \rightarrow g} \quad (2.32)$$

というように全断面積から自群散乱断面積を引いた値で、g 群の中性子が吸収や他のエネルギー群へ散乱することによって除去される割合を示している。

なお、拡散方程式の導出について述べられている文献を読むと<sup>[7]</sup>、(2.27)式は

$$J(x, E) = -\frac{1}{3\Sigma_{tr}(E)} \frac{d}{dx} \phi(x, E) = -D(E) \frac{d}{dx} \phi(x, E) \quad (2.33)$$

と全断面積ではなく、輸送断面積を用いて計算を行っているので、そちらについても補足しておく。(2.27)式では非等方散乱によって生じる中性子源がないと仮定したが、(2.33)式では(2.34)式のように非等方によって生じる中性子数と非等方散乱によって失われる中性子数が等しいと仮定している。

$$\begin{aligned} Q_1(x, E) &= \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E' \rightarrow E) \phi_1(x, E') dE' = \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E \rightarrow E') \phi_1(x, E) dE' \\ &= 3 \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E \rightarrow E') J(x, E) dE' \end{aligned} \quad (2.34)$$

ここで  $\Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)$  はエネルギー  $E'$  の中性子がエネルギー  $E$  に変化する非等方散乱の一次成分である。中性子源は(2.30)式のように散乱と核分裂の二つの項があるが、核分裂で発生する中性子の飛行方向は等方であるため、無視される。

(2.34)式を(2.26)式に代入すると

$$\frac{d}{dx} \phi(x, E) + 3\Sigma_t(E) J(x, E) = 3 \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E \rightarrow E') dE' \cdot J(x, E) \quad (2.35)$$

となる。(2.35)式を整理すると

$$\frac{d}{dx} \phi(x, E) + 3 \left\{ \Sigma_t(E) - \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E \rightarrow E') dE' \right\} J(x, E) = 0 \quad (2.36)$$

となる。(2.36)式左辺第二項の全断面積から非等方散乱の一次成分を引いたものが輸送断面積と呼ばれ、

$$\Sigma_{tr}(E) = \Sigma_t(E) - \int_0^\infty \Sigma_{s1}(E \rightarrow E') dE' \quad (2.37)$$

で書き表される。拡散係数は(2.37)式を(2.36)式に代入することで

$$J(x, E) = -\frac{1}{3\Sigma_{tr}(E)} \frac{d}{dx} \phi(x, E) = -D(E) \frac{d}{dx} \phi(x, E) \quad (2.38)$$

となり、(2.27)式と同じ形で書き表すことができる。

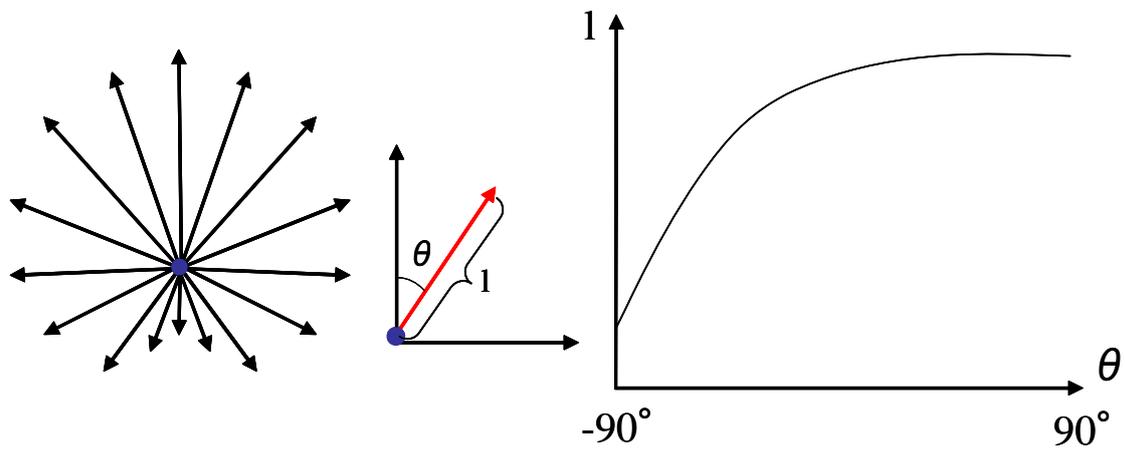


図 2.1 中性子の飛行方向の例

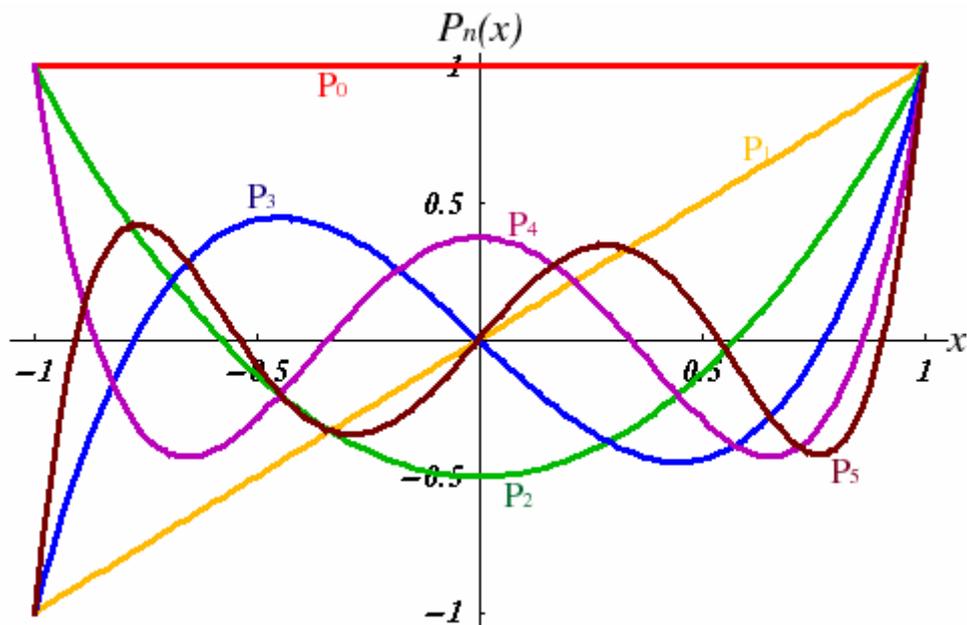


図 2.2 ルジャンドル多項式の例

### 2.1.2 Simplified P3 法 (SP3 法)

SP3 法方程式は拡散方程式と同様にルジャンドル関数を用いて中性子の飛行方向分布を展開している。

2.1.2 では一次元体系を想定してルジャンドル関数による展開を用いて拡散方程式を導出したが、実際には球面調和関数を用いて拡散方程式を導出する。拡散方程式のように、球面調和関数を用いて展開する手法を PL 法と呼ぶ。拡散方程式は球面調和関数の 1 次までで中性子の飛行方向分布を展開するので、P1 法と呼ばれる。(実際には(2.21)式中中性子源の非等方成分がないと仮定するなど、いくつかの仮定を用いているので拡散法は厳密には P1 法と等価ではない)

では何故 SP3 法は P3 法と呼ばれないのだろうか。先述したように SP3 法は PL 法のように球面調和関数ではなく、ルジャンドル関数で中性子の飛行分布を展開している。すなわち SP3 法では拡散方程式のように球面調和関数で展開するのではなく、三次元に拡張する際に一次元の式の中の  $\phi(x)$  を  $\phi(x, y, z)$  に置き換えて方程式を導出しているのである。もしくは 3 次元体系で  $x, y, z$  それぞれを一次元

体系と見て式を導出している。このことから P3 法を簡略にした手法ということで、Simplified P3 法と呼ばれている。そのため、一次元体系では SP3 法と P3 法は等価である。P3 法は球面調和関数による展開を行うために非常に多くの係数が式に含まれることになる。しかし、SP3 法ではルジャンドル関数で展開しているため、P3 方程式に比べ計算式が単純に書き表せる。

SP3 方程式の導出を簡単に述べる。拡散方程式の導出と同様の過程から一次元の P3 方程式は

$$-\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{3}\Sigma_{a1}^{-1}(x)\right]\frac{d}{dx}[\phi_0(x)+2\phi_2(x)]+\Sigma_{a0}(x)\phi_0(x)=Q(x) \quad (2.39)$$

$$-\frac{d}{dx}\left[\frac{9}{35}\Sigma_{a3}^{-1}(x)\right]\frac{d}{dx}\phi_2+\Sigma_{a2}(x)\phi_2(x)=\frac{2}{5}[\Sigma_{a0}(x)\phi_0(x)-Q(x)] \quad (2.40)$$

と表すことができる。なお、式を簡略化するため、エネルギーEについては省略した。ここで

$$\Sigma_{an}(x)\equiv\Sigma_t(x)-\Sigma_{sn}(x) \quad (2.41)$$

である。(2.33)式、(2.34)式を以下の近似式を用いて一次元から三次元に拡張することを考える。なお、この近似式が SP3 方程式の最も重要な部分である。このように一次元の式を三次元に置き換えることで SP3 方程式は導出される。

$$-\frac{d}{dx}[\Sigma_{an}^{-1}(x)]\frac{d}{dx}\rightarrow\nabla\cdot[\Sigma_{an}^{-1}(x)]\nabla \quad (2.42)$$

$$\pm\frac{d}{dx}\rightarrow n\cdot\nabla \quad (2.43)$$

(2.42)、(2.43)式を(2.39)、(2.40)式に代入すると

$$-\nabla\cdot\left[\frac{1}{3}\Sigma_{a1}^{-1}(x)\right]\nabla[\phi_0(x)+2\phi_2(x)]+\Sigma_{a0}(x)[\phi_0(x)+2\phi_2(x)]=Q(x) \quad (2.44)$$

$$-\nabla\cdot\left[\frac{9}{35}\Sigma_{a3}^{-1}(x)\right]\nabla\phi_2(x)+\Sigma_{a2}(x)\phi_2(x)=\frac{2}{5}[\Sigma_{a0}(x)\phi_0(x)-Q(x)] \quad (2.45)$$

となる。

実際の計算では $\Sigma_{s2}$ や $\Sigma_{s3}$ のような散乱断面積を、ルジャンドル多項式を用いて展開した際の二次成分や三次成分を用いて計算することはなく、次のように近似して計算を行っている。

$$\Sigma_{a3}=\Sigma_t-\Sigma_{s3}\approx\Sigma_t-\Sigma_{s1}=\Sigma_{a1} \quad (2.46)$$

$$\Sigma_{a2}=\Sigma_t-\Sigma_{s2}\approx\Sigma_t$$

(2.46)式を用いて(2.45)式を書き直すと

$$-\nabla\cdot\left[\frac{9}{35}\Sigma_{a1}^{-1}(x)\right]\nabla\phi_2(x)+\Sigma_t(x)\phi_2(x)=\frac{2}{5}[\Sigma_{a0}(x)\phi_0(x)-Q(x)] \quad (2.47)$$

となる。さらに(2.46)、(2.47)式をエネルギーで離散化し、実際の計算に用いる形にするとエネルギーg群における SP3 方程式は

$$-D_g\nabla^2[\phi_g^0+2\phi_g^2]+\Sigma_{r,g}[\phi_g^0+2\phi_g^2]=\frac{\chi_g}{k_{eff}}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g}\phi_{g'}^0+\sum_{g'\neq g}\Sigma_{s,g'\rightarrow g}\phi_{g'}^0+2\Sigma_{r,g}\phi_g^2 \quad (2.48)$$

$$-\frac{27}{35}D_g\nabla^2\phi_g^2+\Sigma_{t,g}\phi_g^2=\frac{2}{5}\left\{\Sigma_{r,g}\phi_g^0-\left(\frac{\chi_g}{k_{eff}}\sum_{g'}\nu\Sigma_{f,g}\phi_{g'}^0+\sum_{g'\neq g}\Sigma_{s,g'\rightarrow g}\phi_{g'}^0+2\Sigma_{r,g}\phi_g^2\right)\right\} \quad (2.49)$$

(2.48)、(2.49) 式からも分かる通り SP3 方程式は拡散方程式に近い式の形をしており、非常に単純な方程式になっている。また、SP3 方程式は二次の中性子モーメントである $\phi_g^2$ を含んでおり、拡散方程式

に比べてより高次の中性子の飛行方向分布の非等方性を考慮しているため、拡散方程式に比べて計算精度が高いことが予想される。

一次元の方程式を三次元に拡張することは近似であるが、球面調和関数で展開した拡散方程式とルジャンドル関数で展開した SP1 方程式は等しくなることから、それほど大きな論理的矛盾はないものと考えられる。また、過去の研究から SP3 法を用いることで高い計算精度が得られることが示されている。さらに論理的な根拠が弱いという SP3 法の欠点を補うために SP3 法に論理的な根拠を与える研究も行われている<sup>[6]</sup>。

### 2.1.3 Characteristics法

拡散計算や SP3 法では中性子の角度分布を、球面調和関数やルジャンドル関数などの関数を用いて近似した。MOC では中性子の飛行方向をいくつかの代表的な方向に分け、その方向に Characteristics line と呼ばれる線を引く。本来、体系内をランダムに飛行している中性子を Characteristics line 上のみを飛行していると近似し、その Characteristics line に沿って中性子の消滅と生成を計算するというものである。

MOC における中性子束の計算について簡単に説明する。図 2.3 のように燃料棒、被覆管、減速材からなる体系を、MOC を用いて計算することを考える。図 2.3 のように領域内にいくつもの線 (Characteristics line) を引き、それらの線上でその周囲の角度中性子束を代表させている。すなわち、領域内に引く Characteristics Line の本数が増えれば増えるほど、より正確に領域内の角度中性子束を計算することが出来る。また、図 2.3 では一方向にのみ Characteristics Line を引いているが、実際の計算では方位角を多数に分割している。

ここで図 2.3 の点線で囲まれた領域の中性子束を計算することを考える。MOC は、(2.1)式に示した、微積分型ボルツマン方程式を基本としている。

MOC では先述したように、中性子が Characteristics line 上のみを飛行していると近似して Characteristics line 上でエネルギーを離散化した一次元のボルツマン方程式を解くことにより中性子束分布を計算している。エネルギーを離散化した三次元のボルツマン方程式を解析的に解くことは困難であるが、一次元のボルツマン方程式であれば解析的に解くことが出来るので、MOC は領域内がどのような幾何形状であっても計算することが出来る。

MOC で取り扱う計算式を導出するため、(2.1)式を一次元の式に次のように変形する。

$$\frac{d\phi(x)}{dx} + \Sigma_t(x)\phi(x) = Q(x) \quad (2.50)$$

ここで  $x$  は領域境界からの距離である。図 2.3 では  $x$  は矢印の左下からの距離である。また、説明を簡易にするためエネルギー群数は 1 群としている。燃料棒、被覆管、減速材領域で断面積及び中性子源が一定であると仮定すると、(2.50)式は

$$\frac{d\phi_i(x)}{dx} + \Sigma_{t,i}\phi_i(x) = Q_i \quad (2.51)$$

となる。ここで  $i$  は燃料棒、被覆管、減速材のそれぞれの領域である。(2.51)式は一階の微分方程式であり、境界条件としてメッシュ内に入射する角度中性子束  $\phi_{i,in}$  を与えて Characteristics line 上で積分すると、以下の解を得ることができる。

$$\phi_i(x) = \phi_{i,in} \exp(-\Sigma_{t,i}x) + \frac{Q_i}{\Sigma_{t,i}} \{1 - \exp(-\Sigma_{t,i}x)\} \quad (2.52)$$

ここで  $x$  は Characteristics line が領域  $i$  を横切る線分の長さである。(2.52)式の右辺第一項は入射してきた角度中性子束が Characteristics line を進む間にどれだけ減衰するかを示し、第二項はメッシュ内で発生した中性子によって角度中性子束がどれだけ増加するかを示している。

Characteristics line 上の角度中性子束の平均値  $\bar{\phi}_i$  は以下の式を解くことにより計算出来る。

$$s \cdot \Sigma_{t,i} \bar{\phi}_i = s \cdot Q_i + (\phi_{i,in} - \phi_{i,out}) \quad (2.53)$$

ここで  $s$  は Characteristics Line の長さである。(2.53)式の左辺は線分  $x$  上における全反応率を示し、右辺第一項は線分  $x$  における全中性子源を、右辺第二項は線分  $x$  への中性子束の流入を示している。すなわち、(2.53)式は領域  $i$  内での中性子のバランスを示しているので、中性子バランス方程式と呼ばれる。

領域  $i$  の中性子源および入射中性子束が既知であるとする、(2.52)式で領域  $i$  の放出角度中性子束が求まる。そしてその角度中性子束を用いて(2.53)式を解くことで領域  $i$  内の平均角度中性子束が求められる。

この計算を角度、Characteristics line、領域ごとに繰り返す。平均角度中性子束を領域内のすべての Characteristics line について求めることが出来れば、その平均角度中性子束を角度方向積分することにより、領域平均の中性子束を求めることが出来る。

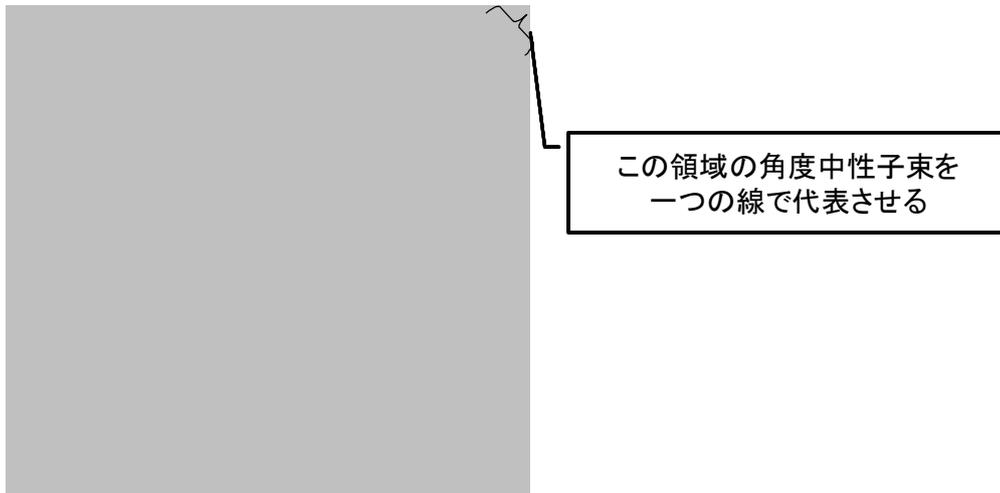


図 2.3 Characteristics line の例

## 2.2 応答行列法

応答行列法とはセル境界の中性子流の応答を用いて中性子束を計算する手法である。ここでは SP3 法を例にとって説明を行う。なお、拡散方程式については  $\phi_g^2 = 0$  とすればよい。

通常の中性子束を用いる計算手法では、セルごとに中性子束を割り当て、中性子束を(2.48)、(2.49)式を用いて連立方程式で中性子束を算出している。それに対し、応答行列法はセル境界の入射中性子流と放出中性子流を用いて以下のように中性子束を計算する。

$$J_{x+,g}^{0+} = \mu_g^0 J_{x+,g}^{0-} + \eta_g^0 \Phi_g + \xi_g^0 S_g^0 \quad (2.54)$$

$$J_{x+,g}^{2+} = \mu_g^2 J_{x+,g}^{2-} + \eta_g^2 \phi_g^2 + \xi_g^2 S_g^2 \quad (2.55)$$

$$\Phi_g = \phi_g^0 + 2\phi_g^2 \quad (2.55)$$

$J_{x+}^+$  : x 方向の正側におけるセル境界の放出中性子流

$J_{x+}^-$  : x 方向の正側におけるセル境界の入射中性子流

$J_{x-}^+$  : x 方向の負側におけるセル境界の放中性子流

$J_{x-}^-$  : x 方向の負側におけるセル境界の入射中性子流

$h_x$  : x 方向のセル長

部分中性子流を用いて(2.48)式、(2.49)式の左辺第一項の二階微分項をセル長さで積分し、 $h_x$  で割ると、

$$-\frac{1}{h_x} \int D_g \frac{d^2 \Phi_g}{dx^2} dx = \frac{J_{x+,g}^0 - J_{x-,g}^0}{h_x} = \frac{(J_{x+,g}^{0+} - J_{x+,g}^{0-}) - (J_{x-,g}^{0-} - J_{x-,g}^{0+})}{h_x} \quad (2.56)$$

$$-\frac{1}{h_x} \int \frac{27}{35} D_g \frac{d^2 \phi_g^2}{dx^2} dx = \frac{J_{x+,g}^2 - J_{x-,g}^2}{h_x} = \frac{(J_{x+,g}^{2+} - J_{x+,g}^{2-}) - (J_{x-,g}^{2-} - J_{x-,g}^{2+})}{h_x} \quad (2.57)$$

と書き表すことが出来る。ここで  $J_{x+}$ 、 $J_{x-}$  はセル境界の平均中性子流である。(2.48)式、(2.49)式を体積積分すると

$$V \left\{ - \int D_g \frac{d^2 \Phi_g}{dx^2} dx - \int D_g \frac{d^2 \Phi_g}{dy^2} dy - \int D_g \frac{d^2 \Phi_g}{dz^2} dz \right\} + V \Sigma_{r,g} \Phi_g = V S_g^0 \quad (2.58)$$

$$V \left\{ - \int \frac{27}{35} D_g \frac{d^2 \phi_g^2}{dx^2} dx - \int \frac{27}{35} D_g \frac{d^2 \phi_g^2}{dy^2} dy - \int \frac{27}{35} D_g \frac{d^2 \phi_g^2}{dz^2} dz \right\} + V \Sigma_{t,g} \phi_g^2 = V S_g^2 \quad (2.59)$$

となる。(2.58)式、(2.59)式に(2.56)式、(2.57)式を代入して

$$h_y h_z \left\{ (J_{x+,g}^{0+} - J_{x+,g}^{0-}) - (J_{x-,g}^{0-} - J_{x-,g}^{0+}) \right\} + h_z h_x \left\{ (J_{y+,g}^{0+} - J_{y+,g}^{0-}) - (J_{y-,g}^{0-} - J_{y-,g}^{0+}) \right\} \\ + h_x h_y \left\{ (J_{z+,g}^{0+} - J_{z+,g}^{0-}) - (J_{z-,g}^{0-} - J_{z-,g}^{0+}) \right\} + V \Sigma_{r,g} \Phi_g = V S_g^0 \quad (2.60)$$

$$h_y h_z \left\{ (J_{x+,g}^{2+} - J_{x+,g}^{2-}) - (J_{x-,g}^{2-} - J_{x-,g}^{2+}) \right\} + h_z h_x \left\{ (J_{y+,g}^{2+} - J_{y+,g}^{2-}) - (J_{y-,g}^{2-} - J_{y-,g}^{2+}) \right\} \\ + h_x h_y \left\{ (J_{z+,g}^{2+} - J_{z+,g}^{2-}) - (J_{z-,g}^{2-} - J_{z-,g}^{2+}) \right\} + V \Sigma_{t,g} \phi_g^2 = V S_g^2 \quad (2.61)$$

となる。応答行列法では(2.54)式、(2.55)式、(2.60)式及び(2.61)式を用いて以下の方法で内部反復を行い、中性子束を収束させている。

1. 図 2.4 のようにセルをチェッカーボード状に分類
  2. (2.60)、(2.61)式に(2.54)、(2.55)式を代入し、放出中性子流を除去
  3. 白いセルへの入射中性子流を既知として 2 で得られた計算式を用いて中性子束を計算
  4. 入射中性子流及び得られた中性子束を用いて(2.54)、(2.55)式より放出中性子流を計算
  5. 白いセルからの放出中性子流は黒いセルへの入射中性子流となるので黒いセルへの入射中性子流が求まる
  6. 3 と同様に黒いセルへの入射中性子流を既知として中性子束を計算
  7. 4 と同様に入射中性子流及び中性子束を用いて(2.54)、(2.55)式より放出中性子流を計算
  8. 5 と同様に黒いセルからの放射中性子流は白いセルへの入射中性子流となるので白いセルへの入射中性子流が求まる。
- 3～8 を繰り返すことで中性子束を計算する。

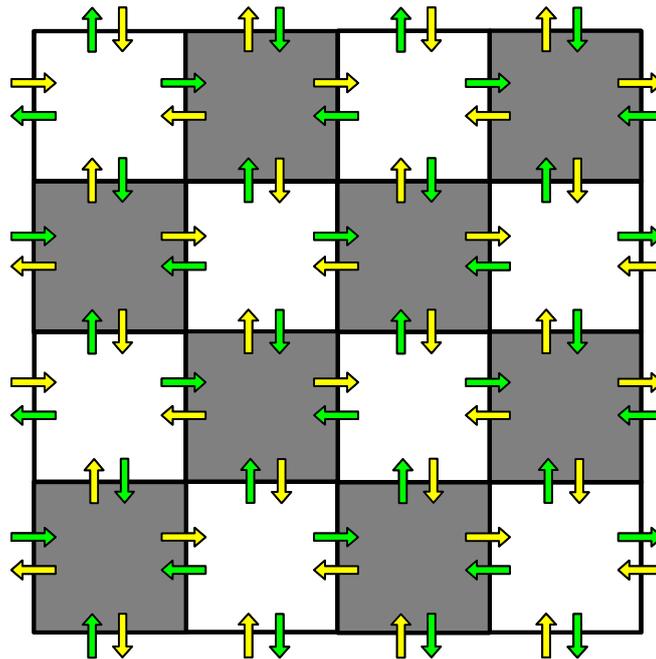


図 2.4 応答行列の反復計算例

## 2.3 空間離散化手法

空間離散化手法として有限差分法、中性子源を 0 次と仮定した多項式解析的ノード法、Scattered source subtraction 法についてそれぞれ説明する。

### 2.3.1 有限差分法

有限差分法では(2.62)式のようにセル表面の中性子流をセル表面の中性子束及び平均中性子束の”差分”で計算する手法である。すなわち、(2.43)式では中性子束はセル中心からセル表面まで一次関数状に変化していることを仮定している。

$$J_s = -D \frac{\phi_s - \phi}{h/2} \quad (2.62)$$

ここで  $J_s$  及び  $\phi_s$  は表面中性子流及び表面中性子束であり、 $h$  はセル長さである。 $J_{x+}$  及び  $\phi_s$  は次のように書くことが出来る。

$$\phi_s = 2(J_s^+ + J_s^-) \quad (2.63)$$

$$J_s = J_s^+ - J_s^- \quad (2.64)$$

ここで  $J_s^+$  はセル境界での放出中性子流、 $J_s^-$  はセル境界での入射中性子流である。 $J_s^+$  及び  $J_s^-$  の導出について説明する。中性子束をルジャンドル関数で展開すると(2.4)式より

$$\phi(r, E, \cos \theta) = \frac{1}{2} \{ \phi_0(r, E) + \cos \theta \cdot \phi_1(r, E) \} \quad (2.65)$$

となる。(2.11)、(2.13)式から

$$\phi_0(r, E) = \phi(r, E) \quad (2.66)$$

$$\phi_1(r, E) = 3J(r, E) \quad (2.67)$$

の関係式が得られるので(2.66)式、(2.67)式を(2.65)式に代入すると

$$\phi(r, E, \cos \theta) = \frac{1}{2} \phi(r, E) + \frac{3}{2} \cos \theta \cdot J(r, E) \quad (2.68)$$

となる。(2.68)式を用いて  $J_s^+$  及び  $J_s^-$  は次のように書き表すことが出来る。

$$J_s^+ = \int_0^1 \cos \theta \phi(r, E, \cos \theta) d \cos \theta = \frac{1}{4} \phi_s(r, E) + \frac{1}{2} J_s(r, E) \quad (2.69)$$

$$J_s^- = \int_{-1}^0 \cos \theta \phi(r, E, \cos \theta) d \cos \theta = \frac{1}{4} \phi_s(r, E) - \frac{1}{2} J_s(r, E) \quad (2.70)$$

(2.69)式及び(2.70)式から  $J_s$  及び  $\phi_s$  の関係式(2.63)式及び(2.64)式が得られる。

(2.63)式及び(2.64)式を(2.62)式に代入すると

$$J_s^+ = \frac{1 - \frac{4}{h} D_g}{1 + \frac{4}{h} D} J_s^- + \frac{\frac{2}{h} D}{1 + \frac{4}{h} D} \phi \quad (2.71)$$

となる。(2.71)式によって中性子束とセル境界の放出中性子流及び入射中性子流の関係式がもとめられた。実際には SP3 法では次の関係を用いて計算している。

$$J_{x+,g}^{0+} = \frac{1 - \frac{4}{h_x} D_g}{1 + \frac{4}{h_x} D_g} J_{x+,g}^{0-} + \frac{\frac{2}{h_x} D_g}{1 + \frac{4}{h_x} D_g} \Phi_g \quad (2.72)$$

$$J_{x+,g}^{2+} = \frac{1 - \frac{4}{h_x} \cdot \frac{27}{35} D_g}{1 + \frac{4}{h_x} \cdot \frac{27}{35} D_g} J_{x+,g}^{2-} + \frac{\frac{2}{h_x} \cdot \frac{27}{35} D_g}{1 + \frac{4}{h_x} \cdot \frac{27}{35} D_g} \phi_g^2 \quad (2.73)$$

有限差分法では(2.72)式、(2.73)式を用いて応答行列法の反復計算をしている。

微分の定義を考えるとこの手法は最も単純でそして理解しやすい手法であることが分かるだろう。

微分の定義は

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} \quad (2.74)$$

であり、“差分”で表記される。(2.74)式からも明らかなように、この仮定は非常にメッシュサイズが小さい場合( $\Delta x \rightarrow 0$ )か、セル内の中性子束分布が平坦もしくは一次関数状に変化する場合には正しい。しかし、本研究ではセル内のメッシュサイズは 1cm 程度と大きく、またセル内の中性子束分布の変化も大きいため、(2.62)式で用いている仮定が精度よく成り立たない。そのため、有限差分法を用いて詳細メッシュ計算を行う場合、燃料セル内をさらに細かくする必要がある。

### 2.3.2 多項式解析的ノード法

有限差分法では、メッシュ間の中性子束を差分化することで計算していた。しかし、セル内の中性子束は実際には直線状には変化していない。そのため、差分化したことにより誤差が発生する。

そこで多項式解析的ノード法では、セル内の中性子束分布を解析的に解くことでより実際の中性子束分布に近づける<sup>[21]</sup>。一般的な多項式解析的ノード法は中性子源を多項式で近似するが、今回は計算時間の観点からセル内の中性子源を一定値と近似した。

図 2.5 のような体系を計算することを考える。中性子源を一定とすると、拡散方程式は(2.31)式より

$$-D \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \Sigma_r \phi(x) = S \quad (2.75)$$

となる。なお、多項式解析的ノード法の導出はエネルギー群数に依存しないため、エネルギー群数の表記は省略する。(2.75)式は二次の微分方程式になるので、微分方程式を解くと

$$\phi(x) = A \exp\left(\sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} x\right) + B \exp\left(-\sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} x\right) + \frac{S}{\Sigma_r} \quad (2.76)$$

となる。ここで A, B は定数である。(2.76)式の A, B を求めるために境界条件を与える。(2.63)、(2.64)式より

$$\phi(h) = 2(J^+(h) + J^-(h)) \quad (2.77)$$

$$-D \left. \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x=h} = J^+(h) - J^-(h) \quad (2.78)$$

を境界条件とすると、A, B が求められる。平均中性子束  $\bar{\phi}$  は

$$\bar{\phi} = \frac{\int_0^h \phi(x) dx}{h} \quad (2.79)$$

と表せるので、(2.79)式に(2.76)式を代入する。得られた式を

$$J^+(h) = \mu J^-(h) + \eta \bar{\phi} + \xi S \quad (2.80)$$

の形に直すと、中性子源を 0 次関数とした多項式解析的ノード法における  $\mu$ 、 $\eta$ 、 $\xi$  の各定数は次のようになる。

$$\mu = \frac{\left(1 - \frac{4}{h} D^*\right)}{\left(1 + \frac{4}{h} D^*\right)}, \quad \eta = \frac{\frac{4}{h} D^* \gamma}{\left(1 + \frac{4}{h} D^*\right)}, \quad \xi = \frac{-1 + \exp(2h\kappa) - 2 \exp(h\kappa) h\kappa}{\{-1 + \exp(h\kappa)\}^2 \left(1 + \frac{4}{h} D^*\right) \kappa} \quad (2.81)$$

ここで

$$D^* = D \frac{\{1 + \exp(h\kappa)\} h\kappa}{2\{-1 + \exp(2h\kappa)\}}, \quad \gamma = \frac{2 \exp(h\kappa) h\kappa}{-1 + \exp(2h\kappa)}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} \quad (2.82)$$

である。

当然のことながら、多項式解析的ノード法はセル内の中性子束分布をより実際の中性子束分布に近づけている手法なので (2.81)式、(2.82)式の  $h$  を 0 に近づける、すなわちメッシュサイズを非常に細かくすると有限差分法の結果と同じ(2.72)式に漸近する。

多項式解析的ノード法を用いることで実際の中性子束分布により近づけることが出来るため、有限差分法を用いた場合に比べて少ないメッシュ分割数で高い計算精度が得られることが予想される。

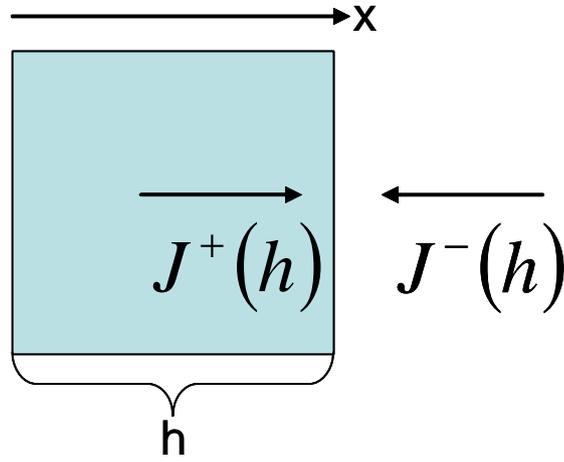


図 2.5 放出中性子流と入射中性子流の関係

### 2.3.3 Scattered source subtraction法 (SSS法)

あるエネルギー群  $g$  の拡散方程式は(2.31)式から次のように書くことが出来る。

$$-D_g \nabla^2 \phi_g + \Sigma_{r,g} \phi_g = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} \quad (2.82)$$

本研究で用いた多項式解析的ノード法では(2.82)式の右辺がメッシュ内で一定値であると仮定した。しかし、実際にはメッシュ内で一定ではなく、この仮定を用いることによって誤差が発生してしまう。そこで SSS 法では (2.83)式のように両辺から  $g$  群から散乱する中性子数を引いてやることによって右辺の散乱項の影響を減らしている<sup>[22]</sup>。

$$-D_g \nabla^2 \phi_g + \Sigma_{r,g} \phi_g - \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g \rightarrow g'} \phi_g = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} - \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g \rightarrow g'} \phi_g \quad (2.83)$$

ここで左辺第二項の除去断面積を(2.84)式のように吸収断面積  $\Sigma_{a,g}$  を用いて書きなおすと

$$-D_g \nabla^2 \phi_g + \Sigma_{a,g} \phi_g = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} - (\Sigma_{r,g} - \Sigma_{a,g}) \phi_g \quad (2.84)$$

(2.82)式と(2.84)式を比較すると散乱源の項が

$$\sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} \quad (2.85)$$

から

$$\sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} - \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g \rightarrow g'} \phi_g \quad (2.86)$$

へと大幅に減少されていることが分かる。典型的な軽水炉のように中性子の吸収がそれほど大きくない体系では以下の近似が成り立つ。

$$\sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} \approx \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g \rightarrow g'} \phi_g \quad (2.87)$$

そのため、SSS法を用いることで(2.84)式の右辺第二項、第三項が打ち消しあい、

$$\frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} + \sum_{g' \neq g} \Sigma_{S,g' \rightarrow g} \phi_{g'} - (\Sigma_{r,g} - \Sigma_{a,g}) \phi_g \approx \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{g'} \quad (2.88)$$

となる。(2.88)式と(2.82)式の右辺を比較すると、散乱源の項の空間分布の影響が減っているため、(2.82)式の右辺に比べて中性子源がより一定値に近づいている。そのため、多項式解析的ノード法の計算精度を改善することが期待できる。

## 2.4 均質化誤差低減手法

### 2.4.1 Super homogenization method (SPH法)

SPH法(super homogenization method)は均質な体系において非均質な体系の計算結果を再現させる手法である<sup>[17]</sup>。以下にSPH法の概要を示す。

エネルギー $g$ 群における燃料セル $C_m$ の均質化断面積 $\bar{\Sigma}_{C_m,g}$ は、非均質な体系の反応率と均質な体系の反応率を保存させるため、(2.89)式を用いて作成する。

$$\bar{\Sigma}_{C_m,g} = \frac{\sum_{m \in C_m} \Sigma_{m,g} \phi_{m,g}^{hetero} V_m}{\sum_{m \in C_m} \phi_{m,g}^{hetero} V_m} \quad (2.89)$$

ここで $C_m$ は燃料セル、 $m$ は燃料棒、被覆管、減速材領域である。また、 $\phi_{m,g}^{hetero}$ 、 $V_m$ は非均質体系で求めた領域 $m$ におけるエネルギー $g$ 群の中性子束及び体積である。

(2.89)式は以下の(2.90)式が成立すると仮定している。

$$\bar{\Sigma}_{C_m,g} \phi_{C_m,g}^{homo} \sum_{m \in C_m} V_m = \bar{\Sigma}_{C_m,g} \phi_{C_m,g}^{homo} V_{C_m} = \sum_{m \in C_m} \Sigma_{m,g} \phi_{m,g}^{hetero} V_m \quad (2.90)$$

(2.90)式が成立するならば、非均質な体系の反応率と均質な体系の反応率は一致する。しかし、実際には(2.90)式は成立しない。これは均質化することにより、前述のように中性子の入射に対する流出が変化するためである。

SPH 法では(2.90)式が成立するように、すなわち反応率が保存するように断面積に SPH 因子  $\mu$  を掛けている。

$$\tilde{\Sigma}_{Cm,g} = \mu_{Cm,g} \bar{\Sigma}_{Cm,g} \quad (2.91)$$

ここで  $\tilde{\Sigma}_{Cm,g}$  は非均質な体系の反応率を再現する断面積、 $\bar{\Sigma}_{Cm,g}$  は(2.90)式で求めた非均質な体系での計算結果から得られる平均断面積であり、 $\mu_{Cm,g}$  は領域 Cm, エネルギー g 群の SPH 因子である。SPH 法ではこの SPH 因子を適切に求めることによって非均質な体系での計算結果を再現するように断面積を補正している。

次に SPH 因子を求める方法を考える。(2.91)式は(2.90)式が成立するように SPH 因子を掛けているので、(2.90)、(2.91)式から以下の式が成立する。

$$\tilde{\Sigma}_{Cm,g} \phi_{Cm,g}^{hom} V_{Cm} = \mu_{Cm,g} \bar{\Sigma}_{Cm,g} \phi_{Cm,g}^{hom} V_{Cm} = \sum_{m \in Cm} \Sigma_{m,g} \phi_{m,g}^{hetero} V_m \quad (2.92)$$

(2.92)式から SPH 因子は以下のようにして求めることが出来る。

$$\mu_{Cm,g} = \frac{\sum_{m \in Cm} \phi_{m,g}^{hetero} V_m}{\phi_{Cm,g}^{hom} V_{Cm}} \quad (2.93)$$

SPH 因子の計算手順を説明する。SPH 因子の計算は以下のような反復計算で求められる。

1. まず非均質体系を計算し、非均質体系の中性子束  $\phi_{m,g}^{hetero}$  を計算
2. 得られた非均質体系の中性子束及び(2.90)式を用いて均質体系の断面積を作成
3. SPH 因子の初期値  $\mu_{Cm,g}^{(0)} = 1$  として(2.91)式を用いて一回目の断面積  $\tilde{\Sigma}_{Cm,g}^{(1)}$  を作成
4. 得られた断面積  $\tilde{\Sigma}_{Cm,g}^{(1)}$  を用いて均質体系を計算し、一回目の中性子束分布  $\phi_{Cm,g}^{hom}$  を計算
5. 非均質体系の中性子束と均質体系の積分中性子束が等しくなるように(2.94)式を用いて均質体系の中性子束を規格化

$$\phi_{Cm,g}^{hom} = \phi_{Cm,g}^{hom} \times \frac{\sum_{l \in All} \phi_{l,g}^{hetero} \cdot V_l}{\sum_{k \in All} \phi_{k,g}^{hom} \cdot V_k} \quad (2.94)$$

6. 規格化された中性子分布を用いて(2.93)式から一回目の SPH 因子  $\mu_{Cm,g}^{(1)}$  を計算
7. 6 で得られた SPH 因子  $\mu_{Cm,g}^{(1)}$  を用いて(2.91)式で二回目の断面積  $\tilde{\Sigma}_{Cm,g}^{(2)}$  を作成
8. 5 と同様に(2.94)式を用いて均質体系の中性子束を規格化
9. 6 と同様にその断面積  $\tilde{\Sigma}_{Cm,g}^{(2)}$  を用いて二回目の中性子束分布を求め、(2.94)式から二回目の SPH 因

子  $\mu_{Cm,g}^{(2)}$  を計算

10. 3~8 の反復計算を反復回数  $n$  回目の SPH 因子  $\mu_{Cm,g}^{(n)}$  が以下の収束条件を満たすまで反復

$$\max \frac{|\mu_{Cm,g}^{(n)} - \mu_{Cm,g}^{(n-1)}|}{\mu_{Cm,g}^{(n)}} < convergence \quad (2.95)$$

このようにして求めた SPH 因子を用いると、SPH 因子を求めるときに用いた体系と同じ場合、非均質な体系の計算結果と均質な体系の計算結果が等しくなる。図 2.6 に SPH 法の概要を示す。図 2.6 では 3×3 セル体系への SPH 法の適用例を示している。

先述した通り、SPH 法は非均質体系の計算結果を用いて均質体系の計算結果を再現させる手法である。しかし、非均質体系のまま全炉心計算を行えるのであれば、計算精度の面で劣る均質体系で計算を行う必要はない。非均質体系で全炉心計算を行うことが計算時間の観点から現実的ではないために、均質体系の計算精度の向上を図って SPH 法を用いているのである。これでは SPH 法を適用する意味がない。そこで実際には全炉心計算などの大きな体系に直接適用するのではなく、単一集合体体系のような小さな体系において SPH 法を適用している。

三次元 Pin-by-pin 計算を例にとりて考える。S<sub>N</sub> や MOC のような詳細輸送計算で全炉心体系を計算することは、現在の計算機の能力では計算時間やメモリー容量の観点から非常に困難である。しかし、二次元の単一集合体体系のような小さな体系であれば、詳細輸送計算を用いても現在の計算機の能力でも短時間で計算することが出来る。そこで、無限配列の非均質な単一集合体体系を詳細輸送計算で計算し、その結果を再現するように均質な単一集合体体系の断面積を SPH 法で補正する。この断面積を用いて全炉心計算を行えば、通常の中性子束重みで均質化する場合に比べ、均質化誤差を低減させることが出来ると考えられる。実際の炉心計算でも集合体計算を行い、その結果を用いて炉心計算に必要な核定数を得ていることから、単一集合体体系で SPH 法を適用し、均質化誤差を低減することは有効である。

以前の研究では、単一集合体体系で SPH 法を適用した断面積を用いて、2×2 集合体体系を計算すると、中性子束重みで均質化を行った場合に比べ均質化誤差を大幅に低減出来ることが分かった<sup>[5]</sup>。このように、実際に計算する体系よりも小さい体系において SPH 法を適用することで、計算時間を大幅に増加させることなく高い計算精度を得ることが出来る。

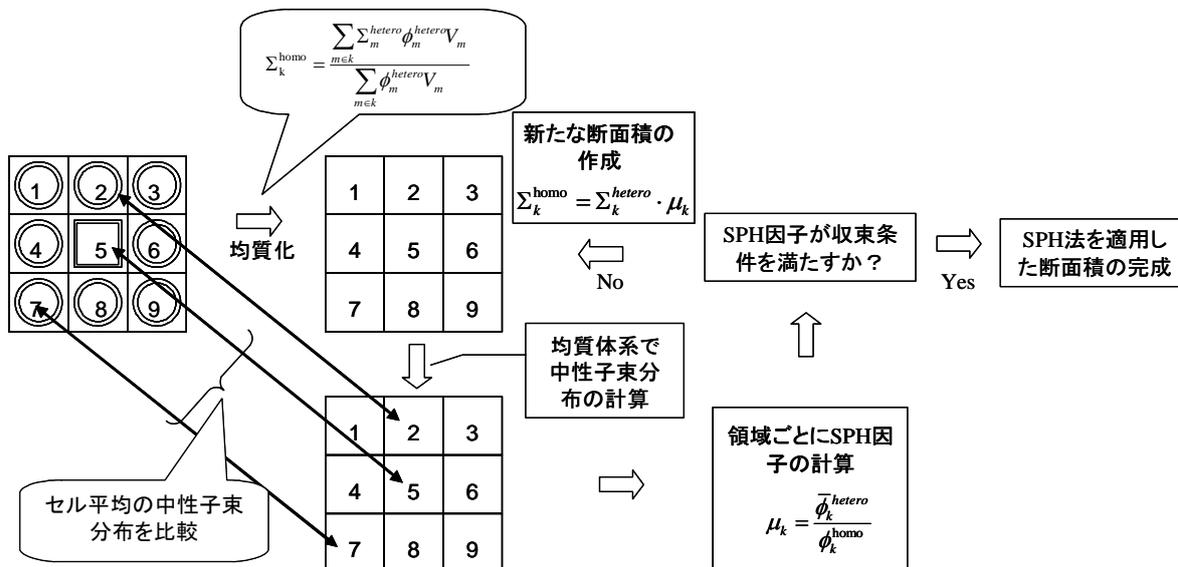


図 2.6 SPH 法の適用例

## 2.4.2 不連続因子

反応率を保存させる方法としては、他に不連続因子がある<sup>[14]</sup>。不連続因子は序論で述べたように、従来の炉心計算手法である近代ノード法で用いられている手法である。近代ノード法では不連続因子を導入することによって非均質な体系をうまく再現させることを試みている。

SPH 法の説明で述べたように、(2.90)式が成立しないため、非均質体系を均質化すると、非均質体系での反応率と均質体系の反応率は等価にならない。

一次元平板を拡散方程式で解くことを考える。(2.31)式より拡散方程式は二次の微分方程式なので、必要な境界条件の数は二個である。しかし実際に与えられる境界条件の数は、中性子流(二個)と中性子束(二個)の四個と必要な境界条件の数よりも多い。このため、拡散方程式を解く際に境界で中性子流及び中性子束が連続という条件を同時に満たす解を得ることが出来ない。これは、非均質体系の中性子束と中性子流を均質体系において同時に保存することが出来ないことを意味している。一般の計算手法では、境界の中性子流が連続であるとして計算を行っているので、非均質体系の反応率が保存出来ないことになる。

これが均質化誤差の本質である。SPH 法では非均質体系の反応率が保存するように断面積を補正した。それに対し不連続因子では、図 2.7 に示すように中性子束が境界で不連続であるとして、反応率を保存させている。すなわち非均質体系の反応率を保存するように中性子束の境界条件を調整する。

この中性子束の不連続性を考慮する因子を不連続因子という。不連続因子(DF : Discontinuity Factor)は境界において次のように定義する。

$$DF \equiv \frac{\phi^{hetero}}{\phi^{homo}} \quad (2.96)$$

(2.96)式から、SPH 法の場合と同様に不連続因子を求めるためには、非均質な体系の計算結果が必要である。SPH 法の説明でも述べたが、非均質体系の計算結果が分かっているのであれば均質体系で計算を行う必要はない。そこで、一般的に炉心計算では、SPH 法と同様に単一集合体系の結果から得られた不連続因子を全炉心計算に用いている。図 2.7 ではまず領域 i だけの無限配列から領域 i の不連

続因子を算出する。次に領域  $j$  だけの無限配列から不連続因子を求め、これらの不連続因子を用いてこの二領域を計算する。

(2.96)式より、図 2.7 の境界の非均質体系と均質体系の中性子束の関係は以下ようになる。

$$DF_i^+ \phi_i^{+,homo} = \phi_i^{+,hetero} = \phi_j^{-,hetero} = DF_j^- \phi_j^{-,homo} \quad (2.97)$$

ここで  $\phi_i^{\pm,homo}$  は均質体系におけるセル表面の表面中性子束、 $\phi_i^{\pm,hetero}$  は非均質体系におけるセル表面の平均中性子束である。(2.97)式は非均質体系の中性子束の連続条件と不連続因子を含む均質体系の中性子束が等しいことを示している。

このように均質体系の中性子束の連続性の代わりに不連続因子を考慮した連続性を用いることで、近代ノード法による炉心解析の解析精度の安定性及び汎用性は格段に向上した。

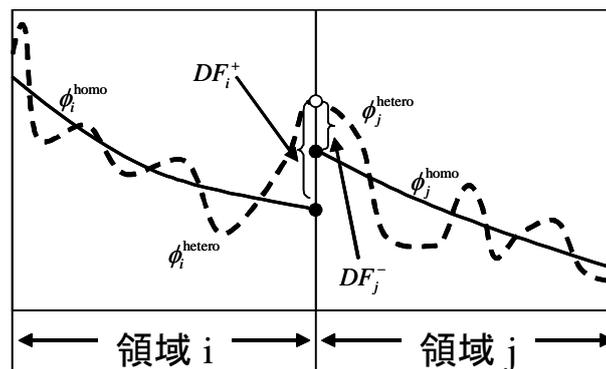


図 2.7 不連続因子の例

### 2.4.3 SPH法と不連続因子の違い

SPH 法ではセル表面の平均の中性子流は保存するが、不連続因子と異なりセルの各表面の中性子流は保存しない。これは SPH 法が非均質体系の反応率を保存させるように、平均中性子束を用いているのに対し、不連続因子ではセル境界の中性子流を保存させるために、各表面の表面中性子束を用いているためである。

しかし、SPH 法ではエネルギー  $g$  群の三次元体系において一つのメッシュに対し  $1 \times g$  個のデータしか必要としないのに対し、不連続因子ではセル表面の中性子流を補正させるために一つのメッシュにつき  $6 \times g$  個ものデータが必要となる。さらに SPH 法では断面積を直接補正するため、SPH 因子自体を記憶しておく必要がないため、SPH 法を適用しても必要なメモリー容量は変わらないが、不連続因子では領域表面の不連続因子を全て記憶しておく必要がある。

そのため、メモリー容量の観点から考えると、不連続因子に比べ SPH 法の方が優れていると言える。これは膨大なメッシュ数とメモリー容量を必要とする三次元 Pin-by-pin 計算において特に大きなメリットである。そこで三次元 Pin-by-pin 計算において SPH 法を適用すると、不連続因子に比べてより少ない計算機容量でかつ(2.89)式を用いて単純に中性子重みで均質化した場合に比べて非常に高い計算精度を得ることが出来る。

しかし、計算精度の面で言うと補正因子が多い分、より正確に非均質体系の計算結果を再現することが出来るため、不連続因子の方 SPH 法に比べ精度が高いと考えられる。さらに応答行列法を用いて計算を行う場合、セル表面の部分中性子流の応答を用いて中性子束を計算するため、セル表面の中性子流を補正する不連続因子を比較的容易に導入することが出来る。これは不連続因子が広く用いられ

ている近代ノード法でも同様で、近代ノード法もセル表面の中性子流を利用するため、比較的容易に不連続因子を導入することが出来る。

ただし、SP3法に不連続因子を適用する場合、0次の中性子束は非均質体系の中性子束を用いて不連続因子を計算することが出来るが、2次の中性子束は不連続因子を計算することが出来ないことに注意する必要がある。これは非均質体系を計算するのに用いるMOCや衝突確率法などの詳細輸送計算では、2次の中性子束を現実的な時間で計算するのが困難なためである。そのため、本研究では2次の中性子束に関しては不連続因子を適用していない。このようにSP3法では2次の中性子束に対してどのように不連続因子を適用するかという問題がある。本研究ではこの問題について検討を行っていないが、今後はこの問題についても検討を行っていきたいと考えている。

以上のことから、SPH法を不連続因子は計算精度や計算コストなどの面でそれぞれ長所、短所がある。そのため、それらの長所短所を踏まえて両者を比較、選択する必要がある。

## 2.5 核計算の概要

今までは計算手法について説明をしてきた。ここでは具体的にどのように計算機上で計算を行っているのか、簡単に示すことにする。

前章で述べた通り、核計算は体系の中性子束分布を計算するものである。核計算は主に内部反復と外部反復に分けることが出来る。拡散計算を例にとって外部反復と内部反復の概要について示すことにする。拡散方程式を改めて書くと

$$-D_g \nabla^2 \phi_g + \Sigma_{r,g} \phi_g = \sum_{g \neq g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \phi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g} \phi_{g'} \quad (2.98)$$

である。(2.98)式は右辺に他のエネルギー群の中性子束が含まれているため、右辺の中性子源を既知として二次微分方程式として中性子束を計算する。この計算を全領域、エネルギー群で計算する。そうして新たに求められた中性子束を用いて実効増倍率を計算する。実効増倍率が求まったら(2.98)式の右辺を更新して同じように中性子束を計算する。

このように、核計算には体系内の中性子束の更新と実効増倍率の更新の二つの反復計算が含まれている。この中性子束の更新を内部反復、実効増倍率の更新を外部反復と呼ぶ。

1群の拡散方程式を用いて実際の実効増倍率の計算について説明する。なお、2.2節で応答行列法を用いた内部反復の計算過程を示したので、以降では別の内部反復の計算手法を用いることにする。応答行列法では中性子流の応答を考慮したが、この計算手法では中性子束のみで実効増倍率を計算する。

エネルギー群数を1群とすると(2.98)式は次のようになる。

$$-D \nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = \frac{1}{k_{eff}} \nu \Sigma_f \phi \quad (2.99)$$

(2.99)式を用いて図2.8のような一次元三領域の体系を計算することを考える。(2.31)式に示したように、拡散方程式では中性子束と中性子流の関係を以下の式で書き表している。

$$J = -D \nabla \phi \quad (2.100)$$

そのため、領域*i*における拡散方程式は(2.100)式を代入し、(2.99)式を積分することで次のように書き表すことが出来る。

$$\frac{(J_i^{x+} - J_i^{x-})}{x_i} + \Sigma_{a,i} \phi_i = \frac{1}{k_{eff}} \nu \Sigma_{f,i} \phi_i \quad (2.101)$$

ここで  $J_i^{x+}$  はメッシュ  $i+1$  との境界面における平均中性子流、 $J_i^{x-}$  はメッシュ  $i-1$  との境界面における平均中性子流である。ここで境界面において表面中性子束  $\phi_s$  及び平均中性子流が連続であるとする

$$J_i^{x+} = -D_i \frac{\phi_s - \phi_i}{x_i/2} = -D_{i+1} \frac{\phi_{i+1} - \phi_s}{x_{i+1}/2} \quad (2.102)$$

と書き表すことができる。(2.102)式から表面中性子束  $\phi_s$  を消去すると

$$J_i^{x+} = -\frac{2D_i D_{i+1}}{D_i x_{i+1} + D_{i+1} x_i} (\phi_{i+1} - \phi_i) \quad (2.103)$$

となる。 $J_i^{x-}$  も同様に

$$J_i^{x-} = -\frac{2D_{i-1} D_i}{D_{i-1} x_i + D_i x_{i-1}} (\phi_i - \phi_{i-1}) \quad (2.104)$$

となる。(2.103)、(2.104)式を(2.101)式に代入すると

$$-\frac{2D_{i-1} D_i}{D_{i-1} x_i + D_i x_{i-1}} \phi_{i-1} + \left\{ \Sigma_{a,i} + \frac{2D_{i-1} D_i}{D_{i-1} x_i + D_i x_{i-1}} + \frac{2D_i D_{i+1}}{D_i x_{i+1} + D_{i+1} x_i} \right\} \phi_i - \frac{2D_i D_{i+1}}{D_i x_{i+1} + D_{i+1} x_i} \phi_{i+1} = \frac{1}{k_{eff}} \nu \Sigma_{f,i} \phi_i \quad (2.105)$$

となる。ここで右辺を定数とみなすと、一次方程式になっていることが分かる。同様にメッシュ  $i-1$ 、 $i+1$  も一次方程式が立てられる。よってこの連立方程式を解くことで中性子束が求められる。

連立方程式の解法にはガウスの消去法や LU 分解などの直接解法、Jacobi 法や SOR 法、共役勾配法や Krylov 部分空間法のような反復法がある<sup>[23]</sup>。

今、(2.105)式の右辺を定数とみなしたが、実際には定数ではない。内部反復で得られた中性子束を用いて以下の式を用いて実効増倍率を更新する。

$$k_{eff} = \frac{\sum_{i'} x_{i'} \nu \Sigma_{f,i'} \phi_{i'}}{\sum_{i'} x_{i'}} \quad (2.106)$$

このように内部反復で中性子束を更新し、外部反復で実効増倍率および核分裂中性子源を更新するという計算を繰り返すことで体系の実効増倍率及び中性子束を計算する。図 2.9 に内部反復と外部反復のフローチャートを示す。実際の計算ではエネルギー群数が多群であったり、中性子源が存在したりと今まで述べてきた計算手順に比べやや複雑な場合もあるが、基本は同じである。また、今回は説明を簡易にするため拡散計算を例に用いたが、SP3 法のように高次の中性子モーメントが含まれている計算や MOC や  $S_N$  法のような詳細輸送計算においても基本は同じである。

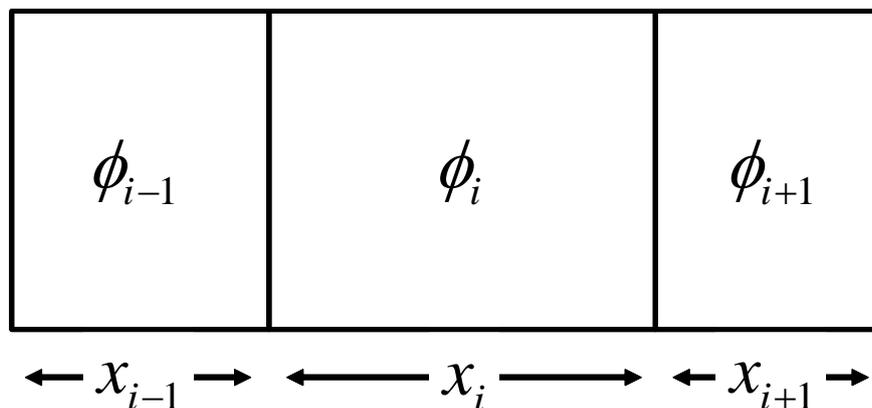


図 2.8 一次元三領域体系の例

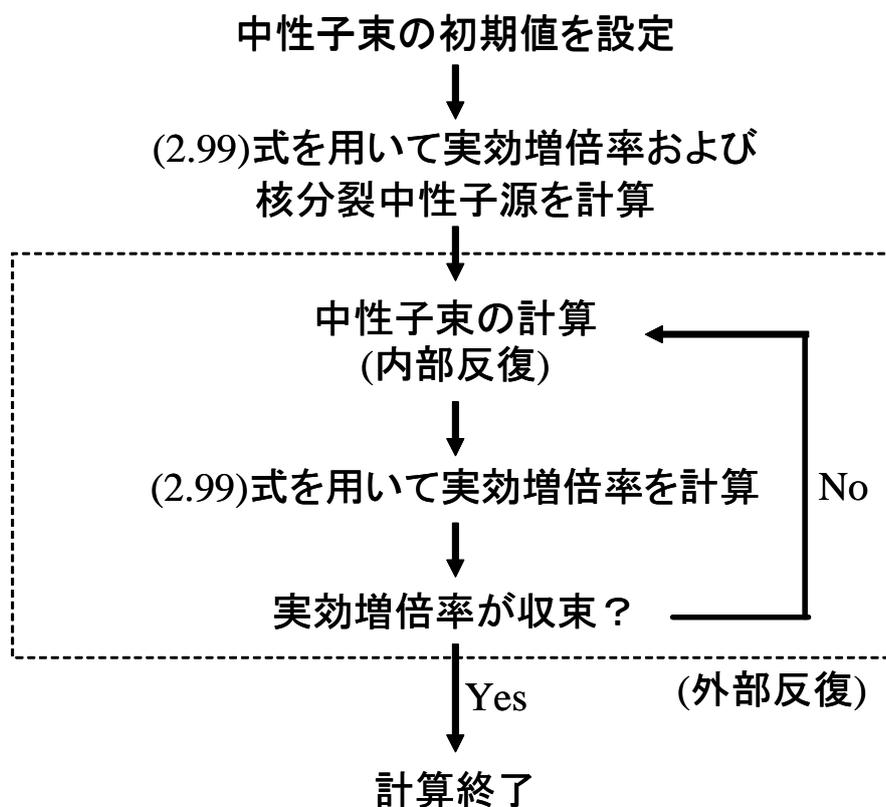


図 2.9 核計算の計算フロー

## 2.6 加速法 (GCMR法)

### 2.6.1 GCMR法の概要と計算式

ここでは本研究で用いている加速法について説明する。本研究で用いている加速法は Generalized Coarse Mesh Rebalance 法<sup>[16]</sup>(GCMR 法)と呼ばれるもので、一言で言えば粗いメッシュでの計算結果を用いて詳細なメッシュでの計算の収束を速める手法である。GCMR 法では図 2.10 のような体系を考える。詳細メッシュ輸送計算と粗メッシュ拡散計算とを比較すると、詳細メッシュ輸送計算で計算を行った方が計算精度は高いが、メッシュ数が多く、また輸送計算であるために計算時間は長くなることが分かるだろう。そこで GCMR 法では数回の外部反復計算毎に図 2.10 のように詳細メッシュ輸送計算

で得られている断面積を均質化して粗メッシュ拡散計算を行い、その結果を詳細メッシュ輸送計算に反映することで詳細メッシュ輸送計算の外部反復の回数を減らしている。以下に GCMR 法について詳しく説明する。

GCMR 法を説明する前に、GCMR 法に近い加速法である Coarse Mesh Finite Difference 法<sup>[15]</sup>(CMFD 法)について説明する。詳細メッシュ輸送計算の体系から粗メッシュ拡散計算の体系へ均質化すると、中性子束、部分中性子流、断面積は次のように書き表すことが出来る。なお、エネルギー群数に関しては縮約しないものとし、エネルギー群数の添え字は省略する。

$$\phi_{CM} = \frac{\sum_{i,j,k \in CM} \phi_{i,j,k} V_{i,j,k}}{\sum_{i,j,k \in CM} V_{i,j,k}} \quad (2.107)$$

$$J_{CM}^{\pm} = \frac{\sum_{i,j,k \in CM} J_{i,j,k}^{\pm} S_{i,j,k}}{\sum_{i,j,k \in CM} S_{i,j,k}} \quad (2.108)$$

$$\Sigma_{CM} = \frac{\sum_{i,j,k \in CM} \Sigma_{i,j,k} \phi_{i,j,k} V_{i,j,k}}{\sum_{i,j,k \in CM} \phi_{i,j,k} V_{i,j,k}} \quad (2.109)$$

ここで  $i, j, k$  は詳細メッシュ領域、 $CM$  は粗メッシュ領域、 $V$  は体積、 $S$  は表面積である。2.4 節で示したように、詳細メッシュを粗メッシュに均質化すると、メッシュ誤差及び均質化誤差の影響で詳細メッシュの結果と粗メッシュ計算の結果は等しくならない。また、2.2 節で示した有限差分の応答行列法を用いて粗メッシュ拡散計算を行うことを考えると、メッシュ誤差及び均質化誤差の影響から (2.110) 式のように (2.72) 式は成立しない。

$$J_{CM}^{+} \neq \frac{1 - \frac{4}{h} D_{CM}}{1 + \frac{4}{h} D_{CM}} J_{CM}^{-} + \frac{\frac{2}{h} D_{CM}}{1 + \frac{4}{h} D_{CM}} \phi_{CM} \quad (2.110)$$

ここで  $h$  は粗メッシュ領域の長さである。そのため、(2.107)、(2.108)、(2.109) 式から得られた中性子束、部分中性子流、断面積に詳細メッシュ輸送計算の結果を再現させるように何らかの補正を行う必要がある。

そこで (2.110) 式が成立するように GCMR 法ではリバランス因子  $\beta$  を乗じている。

$$J_{CM}^{+} = \frac{1 - \frac{4}{h} D_{CM}}{1 + \frac{4}{h} D_{CM}} J_{CM}^{-} + \frac{\beta}{1 + \frac{4}{h} D_{CM}} \phi_{CM} \quad (2.111)$$

このリバランス因子は (2.107)-(2.109) を用いて均質化した際に (2.111) 式を用いて

$$\beta = \frac{\left(1 + \frac{4}{h} D_{CM}\right) J_{CM}^{+} - \left(1 - \frac{4}{h} D_{CM}\right) J_{CM}^{-}}{\phi_{CM}} \quad (2.112)$$

と求められる。このように(2.112)式からもとめられたリバランス因子を用いることで(2.111)式の結果は詳細メッシュ輸送計算の結果を再現する。実際、詳細メッシュ輸送計算が完全に収束した後に(2.111)式を用いて粗メッシュ拡散計算を行うと、詳細メッシュ輸送計算の結果を再現する。このことから詳細メッシュ輸送計算の外部反復の途中で(2.111)式を用いてその反復回数での詳細メッシュ輸送計算の結果を再現する粗メッシュ拡散計算を行い、その結果を詳細メッシュ輸送計算に反映することで詳細メッシュ輸送計算の外部反復の回数の低減が期待出来る。

CMFD法の適用は以下のようになる。

1. 詳細メッシュ輸送計算で数回の外部反復を実施
2. (2.107)～(2.109)式を用いて粗メッシュ体系の中性子束、部分中性子流、平均断面積を算出
3. (2.112)式を用いてリバランス因子  $\beta$  の計算
4. (2.111)式を用いて応答行列法で粗メッシュ拡散計算を実施
5. (2.113)式を用いて 2.で得られた中性子束  $\phi_{CM,pre}$  と 4.で得られた粗メッシュ拡散計算後の中性子束

$\phi_{CM,after}$  の体積積分が計算体系全体で等しくなるように粗メッシュ拡散計算の結果を規格化

$$\bar{\phi}_{CM,after} = \frac{\sum_{Core} \phi_{CM,pre} V_{CM}}{\sum_{Core} \phi_{CM,after} V_{CM}} \phi_{CM,after} \quad (2.113)$$

6. (2.114)、(2.115)式を用いて粗メッシュ拡散計算の結果を詳細メッシュ輸送計算に反映

$$\bar{\phi}_{i,j,k} = \frac{\bar{\phi}_{CM,after}}{\phi_{CM,pre}} \phi_{i,j,k}, \quad (i, j, k \in CM) \quad (2.114)$$

$$\bar{J}_{i,j,k}^+ = \frac{\bar{\phi}_{CM,after}}{\phi_{CM,pre}} J_{i,j,k}^+, \quad (i, j, k \in CM) \quad (2.115)$$

7. (2.114)、(2.115)式で更新された中性子束、部分中性子流を用いて詳細メッシュ輸送計算の実効増倍率を計算
8. 1.～7.を詳細メッシュ輸送計算が収束するまで繰り返す。

以上が CMFD法の概要である。CMFD法は図 2.10 のように全炉心計算を行う際に集合体単位粗メッシュ拡散計算を用いて燃料棒単位詳細メッシュ輸送計算を加速する一段階加速の他にも図 2.10 の燃料棒内がさらに分割されている場合に超詳細メッシュ輸送計算を燃料棒単位詳細メッシュ拡散計算で加速し、さらに燃料棒単位詳細メッシュ拡散計算を集合体単位粗メッシュ拡散計算で加速する二段階加速などがある。また、今回の説明では詳細メッシュ輸送計算と粗メッシュ拡散計算のエネルギー群数は同一として説明したが、粗メッシュ拡散計算をより高速化させるためにエネルギー群を一群に群縮約して計算したり、内部反復にも CMFD 加速法を適用してより収束を早めたりするなど、様々な応用が可能である。

本研究で用いている GCMR 法もこの CMFD 法とほぼ同様の手法を用いている。そこで CMFD 法と GCMR 法との違いについて説明する。CMFD 法に対し、GCMR 法ではリバランス因子  $\beta$  の収束を高めるために加速因子  $\alpha$  を加えている。(2.111)式を GCMR 法で用いる加速因子を加えて書き直すと、

$$J_{CM}^+ = \frac{1-2\alpha}{1+2\alpha} J_{CM}^- + \frac{\beta}{1+2\alpha} \phi_{CM} \quad (2.116)$$

となる。(2.111)式と(2.116)式を比較すれば分かるように、

$$\alpha = \frac{2}{h} D_{CM} \quad (2.117)$$

とすれば CMFD 法と同じ計算を行っていることになる。すなわち、CMFD 法は GCMR 法の加速因子  $\alpha$  が特定の状態の場合の計算となる。多くの場合、

$$\alpha = k \cdot \frac{2}{h} D_{CM} \quad (2.118)$$

とし、 $k>1$  とすることで CMFD 法に比べて収束性が向上する。また、CMFD 法を用いて計算を行うと収束しない場合でも、 $k$  を変化させることで収束させることが可能となる場合がある。

なお、

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad (2.119)$$

とすると、Coarse Mesh Rebalance 法<sup>[24]</sup> (CMR 法)と呼ばれる加速法と同一の式になる。

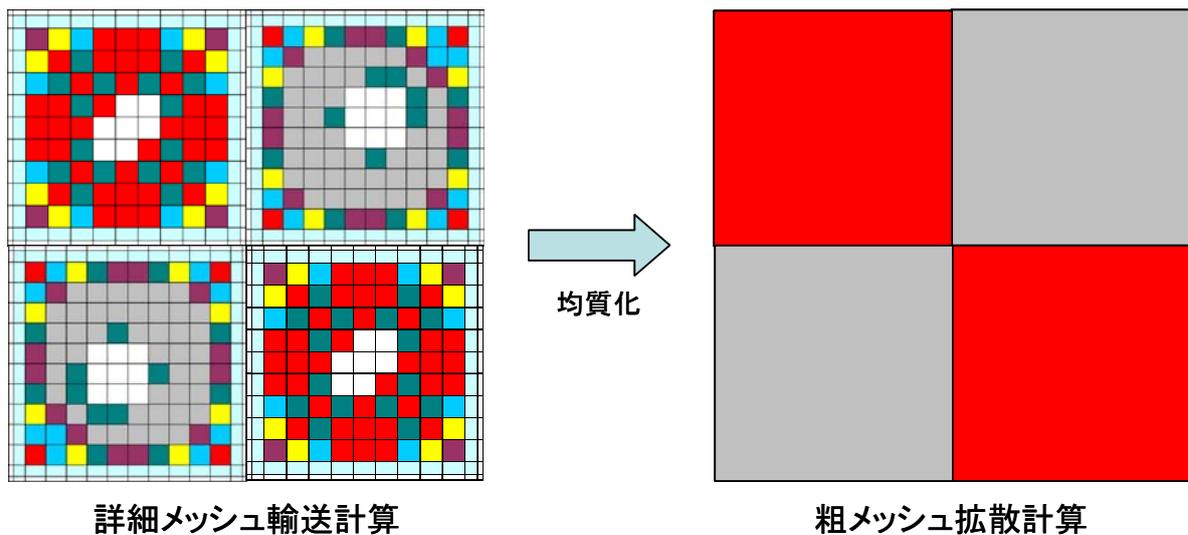


図 2.10 詳細メッシュ輸送計算と粗メッシュ拡散計算

### 2.6.2 GCMR法の改良

6章で詳しく述べるが、中性子束の計算に応答行列法に(2.116)式を用いると、加速法を適用しない場合に比べれば圧倒的に収束性が向上するものの、中性子束の計算に中性子のみを用いた通常の手法に GCMR 法を適用した場合に比べて収束性が悪い。そこで GCMR 法の計算式を改良することを検討した。PWR で応答行列法を用いた三次元 Pin-by-pin 計算を行った結果では以下のように CMFD 法の式を変更している<sup>[4]</sup>。

$$J_{CM}^{net} = -D_{CM} \frac{\beta \phi_{CM}^s - \phi_{CM}}{h/2} \quad (2.120)$$

ここで  $J_{CM}^{net}$  は粗メッシュ体系における平均中性子流、 $\phi_{CM}^s$  は表面中性子束である。(2.120)式を部分中性子流と中性子束で書き直すと

$$(J_{CM}^+ - J_{CM}^-) = -D_{CM} \frac{\beta \times 2.0 \cdot (J_{CM}^+ + J_{CM}^-) - \phi_{CM}}{h/2} \quad (2.121)$$

となる。(2.121)式を(2.116)式と同じ形に書き直すと

$$J_{CM}^+ = \frac{1 - \frac{h}{2D_{CM}}\beta}{1 + \frac{h}{2D_{CM}}\beta} J_{CM}^- + \frac{2D_{CM}/h}{1 + \frac{h}{2D_{CM}}\beta} \phi_{CM} \quad (2.122)$$

となる。(2.122)式では  $\beta$  に同じ係数が掛けられているので単純化すると

$$J_{CM}^+ = \frac{1 - \beta'}{1 + \beta'} J_{CM}^- + \frac{2D_{CM}/h}{1 + \beta'} \phi_{CM} \quad (2.123)$$

ここで、

$$\beta' = \frac{h}{2D_{CM}} \beta \quad (2.124)$$

である。(2.123)式と GCMR 法の定義から導いた(2.116)式とを比較すると、丁度  $\alpha$  と  $\beta$  が入れ替わった形になっている。そこで(2.123)式を

$$J_{CM}^+ = \frac{1 - \beta'}{1 + \beta'} J_{CM}^- + \frac{\alpha}{1 + \beta'} \phi_{CM} \quad (2.125)$$

と書き換えた。なお、(2.125)式に GCMR 因子を

$$\alpha = k \cdot \frac{2}{h} D_{CM} \quad (2.126)$$

とし、(2.126)式に  $k=1.0$  を代入すると(2.123)式と同じ式になる。

## 3. PIN-BY-PIN計算に用いる輸送計算手法の検討

---

### 3.1 目的

三次元 Pin-by-pin 計算で用いる輸送計算手法について検討する。輸送計算手法としては、長い計算時間が必要となるが計算精度の高い MOC や  $S_N$  法、衝突確率法のような詳細輸送計算や、計算時間は短い計算精度の面で詳細輸送計算にやや劣る拡散計算や SP3 法などがある。

本研究で検討している三次元 Pin-by-pin 計算手法は BWR の炉心解析に用いる計算手法である。1 章で述べたように、BWR の炉心解析では核熱結合計算や炉心燃焼計算を行うため、全炉心核計算を繰り返し実行しなければならない。そのため、全炉心核計算は短時間で終了する必要がある。三次元 Pin-by-pin 計算に詳細輸送計算を用いて全炉心核計算を行った場合、現在の計算機の能力では長い計算時間を必要とする。そのため、これらの詳細輸送計算を三次元 Pin-by-pin 計算の計算手法として用いることは現在の計算機の能力では現実的ではない。そこで本研究では三次元 Pin-by-pin 計算に用いる計算手法の候補として詳細輸送計算に比べ計算時間が非常に短い拡散計算と SP3 法を挙げ、両者の計算精度を比較した。

### 3.2 SP3 法と拡散計算との計算精度比較

#### 3.2.1 計算過程

拡散計算と SP3 法の計算精度を比較するために、図 3.1 のように  $9 \times 9$  燃料集合体の高濃縮  $UO_2$  燃料集合体と低濃縮  $UO_2$  燃料集合体が隣接する  $2 \times 2$  燃料集合体体系において非均質体系の計算結果と拡散計算及び SP3 法を用いて計算したセル均質体系の計算結果を比較し、その計算精度を検証した<sup>[18]</sup>。軽水炉では中性子の平均自由行程が集合体長さよりも短いため、隣接していない集合体から入射する中性子は非常に少ない。そのため、隣接していない集合体の影響は非常に小さい。そこで  $2 \times 2$  燃料集合体体系で燃料棒単位詳細メッシュ計算手法の計算精度を検証すれば、全炉心計算での計算精度をある程度予測することが出来ると考えた。

本研究では均質化誤差を低減させるため、単一集合体体系において SPH 法を適用した。なお、SPH 法における参照解及び  $2 \times 2$  集合体体系における参照解として、MOC を用いて同様の体系を非均質体系で計算した結果を用いた。以下に計算精度比較までの流れを示した。

1. 単一集合体体系において MOC を用いて非均質体系を計算 (参照解)
2. 単一集合体体系において非均質体系の結果を参照解として SPH 法を適用し、均質化誤差を低減したセル均質断面積を作成
3. SPH 法を適用した均質断面積を用いて拡散計算及び SP3 法で  $2 \times 2$  燃料集合体体系を計算
4. 非均質体系で同様の  $2 \times 2$  燃料集合体体系を MOC で計算 (参照解)
5. 図 3.1 のように非均質体系を MOC で計算した結果とセル均質体系を拡散計算及び SP3 法で計算した結果を比較
6. セル均質体系を拡散計算で計算した場合と SP3 法で計算した場合の計算精度をそれぞれ比較

また、得られた拡散計算及び SP3 法の計算精度を検証するため、均質体系も MOC を用いて計算した結果と比較した。

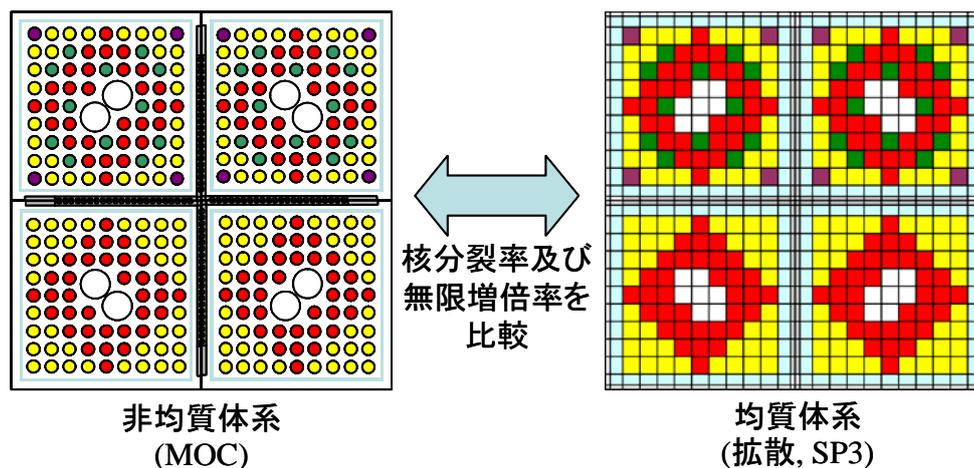


図 3.1 非均質体系と均質体系の計算結果の比較例

### 3.2.2 計算条件

MOC の計算コードには AEGIS コードを用いた<sup>[25]</sup>。AEGIS コードは MOC を基にした輸送計算コードで、名古屋大学及び原子燃料工業(株)の協力の下、(株)原子力エンジニアリングが開発中の中性子輸送計算コードである。AEGIS コードは MOC を基にした輸送計算コードなので、BWR のような非均質性の高い複雑な幾何形状の燃料集合体に対しても幾何形状に近似を加えることなく直接取り扱うことが出来る。また、拡散計算及び SP3 法の計算コードには自作の計算コードを用いた。拡散計算コードに関しては、既存の拡散計算コードと計算値を比較することで作成した計算コードが正しく計算できていることを確認した。SP3 法計算コードに関しては、一次元有限平板体系において Mathematica を用いて理論的に計算した中性子束分布と比較し、作成した計算コードが正しく計算できていることを確認した。

また、非均質体系の断面積作成には SRAC95 を用いた<sup>[26]</sup>。SRAC コードは複数の計算手法を含んだ多目的核計算システムで、今回は断面積の群縮約に衝突確率計算モジュールを使用した。単ピンセル体系を衝突確率法を用いて計算し、107 群の断面積を 8 群に縮約したものを非均質体系の断面積として用いた。

本研究では 9×9 燃料集合体(GE11<sup>[27]</sup>)で、高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体(High)と低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体(Low)という、同一幾何形状で濃縮度の異なる二種類の燃料集合体を用いた。図 3.2 及び図 3.3 に計算に用いた高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体と低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体の単一集合体体系の幾何形状及び濃縮度分布を示した。また、図 3.4 に計算精度の比較に用いた 2×2 集合体体系の幾何形状を示した。

体系内に制御棒が挿入されている場合、制御棒が周辺の中性子を吸収するために制御棒周辺の中性子束分布が大きく歪む。また、隣接する燃料集合体の間に制御棒が挿入されている場合、挿入された制御棒が中性子を吸収して隣接する燃料集合体から飛来する中性子を減少させる。その結果、隣接する燃料集合体からの影響が減少する。このように、制御棒が挿入された場合と挿入されていない場合とでは中性子束分布や燃料棒出力分布の傾向が大きく異なってしまふ。そのため、制御棒が挿入された場合と挿入されていない場合で計算精度や傾向が異なってくる可能性がある。図 3.2、図 3.3 及び図 3.4 では制御棒が挿入された体系のみを示しているが、実際には制御棒が挿入されていない体系でも同様の計算を行い、計算精度の比較を行った。

三次元 Pin-by-pin 計算では燃料棒単位で均質化を行っており、従来の集合体単位で均質化する手法に比べメッシュ誤差は低減されてはいるが、それでもメッシュ誤差の影響を無視することはできない。そこでメッシュ誤差による計算精度の影響を調べるため、図 3.5 に示すように燃料棒単位で均質化したセル内を 1×1、2×2、4×4 の三通りに分割し、メッシュ分割数による計算精度の変化を比較した。また、均質体系と同様に、非均質体系においても十分な計算精度を得るために、燃料棒セルを方位角方向に 8 分割した。なお、自作の計算コードの空間離散化手法には有限差分法を用いている。

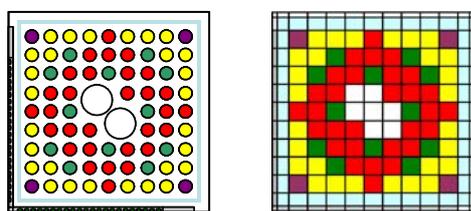
計算に用いたエネルギー群数は 8 群で、エネルギー群構造を表 3-1 に示した。なお、ボイド率は 0% のものを用いた。それぞれの計算コード及び SPH 法の収束条件等は以下の通りである。

- AEGIS コード
  - 中性子束 :  $1.0 \times 10^{-4}$
  - 無限増倍率 :  $1.0 \times 10^{-5}$
  - Ray trace 方法 : Flux region macroband<sup>[28]</sup>
  - Ray trace 幅 : 0.1cm 以下
  - 方位角方向分割数 : 96
  - 極角方向分割数 : 2 (TY optimum<sup>[28]</sup>)
- 拡散計算・SP3 法計算コード
  - 中性子束 :  $1.0 \times 10^{-10}$
  - 無限増倍率 :  $1.0 \times 10^{-10}$
- SPH 法
  - SPH 因子 :  $1.0 \times 10^{-3}$

また、単一集合体体系及び 2×2 集合体体系共に境界条件は完全反射境界条件を用いた。

拡散計算及び SP3 法計算コードの収束条件が  $1.0 \times 10^{-10}$  と AEGIS コードに比べて非常に厳しくなっている。拡散計算及び SP3 法計算コードでは 2 章で説明した GCMR 法などの加速法を適用していないため、収束性が悪い。そこで計算を確実に収束させるため、このような厳しい収束条件を用いた。なお、加速法と収束性の関係については 6 章で詳しく述べることにする。

### 高濃縮 $\text{UO}_2$ 集合体 (GE11)



非均質体系

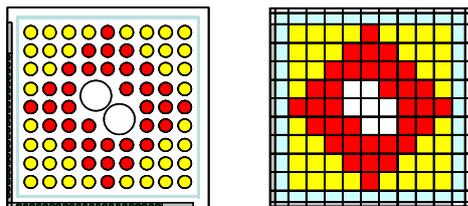
均質体系

高濃縮 $\text{UO}_2$ 燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	$^{235}\text{U}$ 濃縮度[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
	4.5%	10.5	0.0%	30
	3.5%	10.5	0.0%	28
	2.0%	10.5	0.0%	4
	4.5%	10.4	4.0%	12
	平均濃縮度[wt%]: 4.0%			

図 3.2 高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体(High)の幾何形状及び濃縮度分布

低濃縮 $UO_2$ 集合体 (GE11)



非均質体系 均質体系  
低濃縮 $UO_2$ 燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	$^{235}U$ 濃縮度[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
	1.2%	10.5	0.0%	34
	0.7%	10.5	0.0%	74
	平均濃縮度[wt%]:0.94%			

図 3.3 低濃縮  $UO_2$  燃料集合体(Low)の幾何形状及び濃縮度分布

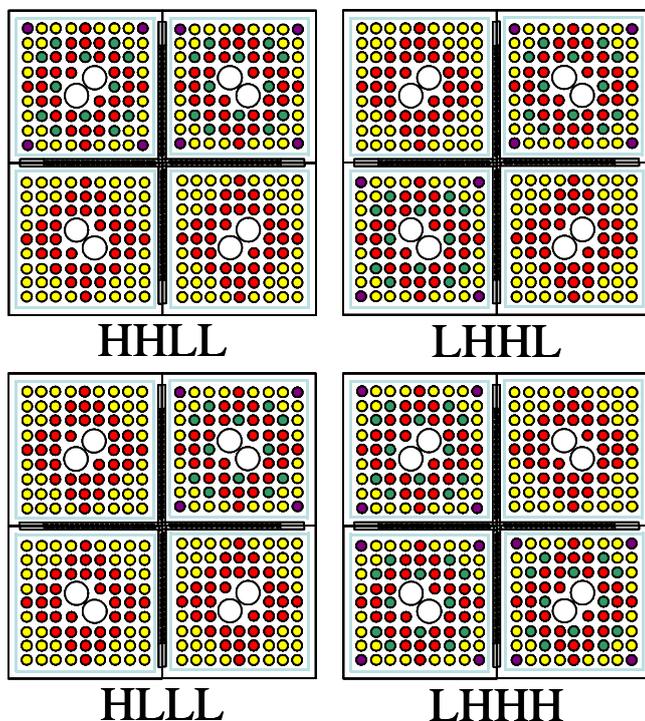


図 3.4 比較に用いた 2×2 燃料集合体体系の幾何形状

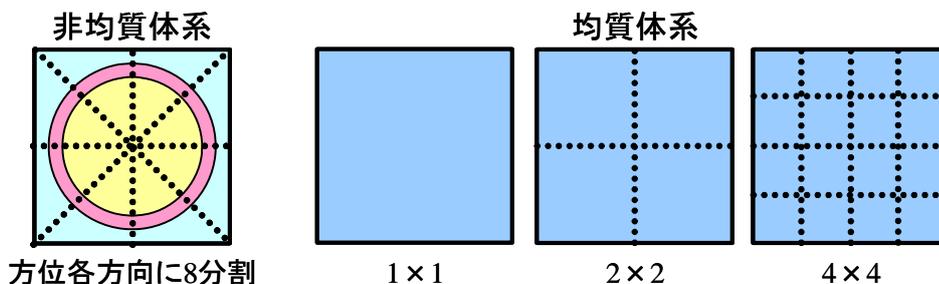


図 3.5 燃料棒セル内のメッシュ分割方法

表 3-1 計算に用いたエネルギー群構造

エネルギー群数	Upper (eV)	Lower (eV)
1	1.00E+07	8.21E+05
2	8.21E+05	5.53E+03
3	5.53E+03	3.93E+00
4	3.93E+00	9.93E-01
5	9.93E-01	6.02E-01
6	6.02E-01	1.37E-01
7	1.37E-01	5.45E-02
8	5.45E-02	1.00E-05

### 3.2.3 計算結果及び考察

表 3-2 から表 3-4 に拡散計算、SP3 法及び MOC の各計算手法で計算した計算結果を示した。また図 3.6 及び図 3.7 に LHHH 体系における各計算手法での燃料棒出力分布と非均質体系の燃料棒出力分布との差異を、図 3.8 から図 3.11 に HLLL 体系における各計算手法でのメッシュ分割数による計算精度の変化をそれぞれ示した。なお、燃料棒出力分布の差異は集合体ごとに規格化して比較している。

本研究では、均質化誤差を低減するために単一集合体体系で SPH 法を用いている。SPH 法では SPH 法を適用した体系と異なる体系を計算する場合に非均質体系との差異が大きくなる傾向がある。本研究で比較に用いた 2×2 燃料集合体体系の中では、LHHH 体系及び HLLL 体系が SPH 法を適用した体系と最も大きく異なっている。そのため、この二つの体系の燃料棒出力分布の非均質体系との差異が最も大きいと考えられる。

なお、図に示されている燃料集合体は図 3.4 に示されている 2×2 燃料集合体体系の右上の燃料集合体の結果である。

以下に計算結果についてまとめる。

- ・ 表 3-2～表 3-4 から、単一集合体体系において SPH 法を適用することで、2×2 集合体体系においても SPH 法を適用しない場合に比べて高い計算精度で計算出来ている。このことから、SPH 法を適用することで均質化誤差が低減されていることが分かった。
- ・ 表 3-2～表 3-4 及び図 3.6、図 3.7 より、拡散計算を用いて計算した場合、SP3 法を用いて計算した場合に比べ計算精度が低い。
- ・ 同様に表 3-2～表 3-4 及び図 3.6、図 3.7 より、SP3 法を用いて計算した場合、MOC を用いて計算した場合に近い計算精度が得られる。
- ・ 表 3-2～表 3-4 及び図 3.8～図 3.11 より、SP3 法及び MOC を用いて計算した場合はメッシュ分割数の増加と共に計算精度が向上するのに対し、拡散計算を用いて計算した場合はメッシュ分割数を増加させても計算精度が変化しない場合や、逆に計算精度が悪化する場合があった。これは、拡散計算を用いることによる誤差(拡散誤差)とメッシュ誤差が打ち消し合っているためと考えられる。すなわち、セル内を分割していない場合は拡散誤差がメッシュ誤差と打ち消し合っただけで、見かけ以上高い計算精度を示していたが、セル内のメッシュ分割数を増加してメッシュ誤差を低減していくことによって、メッシュ誤差と打ち消しあっていた拡散誤差が表れてきたものと考えられる。本研究で用いた体系では拡散計算とメッシュ誤差が打ち消し合ったが、拡散誤差とメッシュ誤差が常に打ち消し合うとは限らないため、計算結果の信頼性は低いと思われる。また、メッシュ分割数を増加させても精度が向上しないことから、高い計算精度を得ることが難しい。その

ため、メッシュ誤差と拡散誤差が打ち消し合う可能性のある拡散計算は三次元 Pin-by-pin 計算に適用するには不向きだと考えられる。

- ・ 拡散計算と異なり、SP3 法を用いて計算した場合は、MOC を用いて均質体系を計算した場合<sup>[5]</sup>と同様にメッシュ分割数の増加に伴い計算精度が向上している。このことから、SP3 法を用いることによる誤差は小さいと考えられる。
- ・ 図 3.10、図 3.11 より、SPH 法を適用した場合、異なる燃料集合体が隣接した領域で非均質体系との差異が他の領域と比べてやや大きくなっている。SPH 法は、単一集合体体系において非均質体系の計算結果を再現するように断面積を補正している。そのため、異なる燃料集合体が隣接した場合、異なる燃料集合体と隣接する領域の中性子束分布が SPH 法を適用した場合の中性子束分布と異なってしまい、このようなやや大きな差異が発生していると考えられる。但し、そのような場合においても SP3 法を用いて計算した場合は非均質体系との差異も小さく、全体的に非常に高い計算精度で計算できていることが分かった。

以上のことから、BWR における三次元 Pin-by-pin 詳細メッシュ炉心計算で用いる計算手法には SP3 法が適していることが分かった。また、均質化誤差低減の手法として SPH 法を適用することで均質化誤差が大幅に低減できることが分かった。

表 3-2 均質体系に拡散計算を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC)との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC Reference	均質体系 拡散		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	HHLL	1×1		0.7649	0.7638	0.049%	-0.084%	0.99%	0.21%	-2.18%	-0.64%
		2×2	0.7645	0.7445	0.7641	-2.612%	-0.057%	2.09%	0.27%	5.80%	0.76%
		4×4		0.7353	0.7641	-3.812%	-0.051%	2.87%	0.37%	7.67%	1.12%
	LHHL	1×1		0.7610	0.7606	-0.023%	-0.074%	1.03%	0.29%	-2.16%	-0.70%
		2×2	0.7612	0.7421	0.7610	-2.513%	-0.027%	2.01%	0.34%	5.56%	0.84%
		4×4		0.7335	0.7611	-3.641%	-0.011%	2.77%	0.45%	7.31%	1.16%
	LHHH	1×1		0.7915	0.7883	0.356%	-0.044%	0.55%	0.23%	1.55%	-0.56%
		2×2	0.7887	0.7667	0.7885	-2.783%	-0.023%	2.14%	0.31%	-6.13%	-0.97%
		4×4		0.7555	0.7885	-4.201%	-0.016%	2.89%	0.36%	-8.35%	-1.14%
	HLLL	1×1		0.7319	0.7340	-0.370%	-0.087%	1.01%	0.39%	-2.02%	0.88%
		2×2	0.7346	0.7179	0.7342	-2.281%	-0.055%	1.95%	0.47%	5.96%	1.33%
		4×4		0.7115	0.7343	-3.146%	-0.047%	2.68%	0.57%	7.91%	1.74%
非挿入	HHLL	1×1		1.0016	0.9935	0.757%	-0.057%	0.91%	0.43%	-2.18%	-0.99%
		2×2	0.9940	0.9888	0.9972	-0.531%	0.314%	1.81%	0.39%	3.25%	1.03%
		4×4		0.9784	0.9946	-1.578%	0.052%	2.75%	0.68%	4.76%	1.67%
	LHHL	1×1		1.0041	0.9958	0.757%	-0.076%	0.88%	0.47%	-2.26%	-1.15%
		2×2	0.9966	0.9858	0.9943	-1.080%	-0.233%	1.79%	0.55%	3.02%	-1.12%
		4×4		0.9813	0.9976	-1.537%	0.104%	2.67%	0.89%	4.13%	-1.37%
	LHHH	1×1		1.0198	1.0079	1.147%	-0.039%	0.68%	0.40%	1.88%	1.28%
		2×2	1.0083	0.9969	1.0085	-1.124%	0.027%	0.72%	0.53%	2.31%	-1.25%
		4×4		0.9861	1.0088	-2.201%	0.050%	1.07%	0.90%	2.93%	-2.34%
	HLLL	1×1		0.9811	0.9775	0.304%	-0.055%	0.95%	0.52%	-2.46%	-1.48%
		2×2	0.9781	0.9735	0.9784	-0.465%	0.027%	1.88%	0.57%	3.52%	-1.13%
		4×4		0.9698	0.9787	-0.849%	0.058%	2.84%	0.95%	5.23%	1.90%

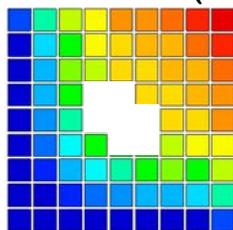
表 3-3 均質体系に SP3 法を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC)との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC	均質体系 SP <sub>3</sub> 法		誤差		RMS		最大誤差	
				Reference	NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH
挿入	HHLL	1×1		0.7834	0.7643	2.473%	-0.026%	2.00%	0.32%	4.31%	-1.74%
		2×2	0.7645	0.7629	0.7645	-0.207%	-0.001%	1.04%	0.17%	2.34%	0.61%
		4×4		0.7540	0.7646	-1.370%	0.009%	1.82%	0.19%	4.31%	0.71%
	LHHL	1×1		0.7790	0.7610	2.345%	-0.031%	2.11%	0.46%	4.47%	-1.74%
		2×2	0.7612	0.7599	0.7613	-0.166%	0.017%	1.07%	0.27%	2.21%	0.69%
		4×4		0.7517	0.7615	-1.251%	0.036%	1.78%	0.27%	4.07%	0.74%
	LHHH	1×1		0.8111	0.7885	2.848%	-0.014%	1.99%	0.33%	4.61%	1.31%
		2×2	0.7887	0.7866	0.7887	-0.261%	0.006%	0.51%	0.16%	-1.73%	0.46%
		4×4		0.7757	0.7888	-1.645%	0.014%	1.27%	0.16%	-4.17%	-0.42%
	HLLL	1×1		0.7484	0.7344	1.876%	-0.028%	1.91%	0.46%	4.19%	-1.68%
		2×2	0.7346	0.7339	0.7347	-0.107%	0.003%	1.09%	0.25%	2.33%	0.62%
		4×4		0.7279	0.7347	-0.922%	0.014%	1.80%	0.25%	4.19%	0.68%
非挿入	HHLL	1×1		1.0066	0.9931	1.261%	-0.092%	1.65%	0.88%	-4.12%	-1.97%
		2×2	0.9940	0.9918	0.9939	-0.230%	-0.016%	0.98%	0.16%	1.90%	-0.45%
		4×4		0.9844	0.9942	-0.971%	0.012%	1.93%	0.15%	3.55%	0.46%
	LHHL	1×1		1.0087	0.9951	1.211%	-0.148%	1.52%	1.08%	3.56%	-2.21%
		2×2	0.9966	0.9943	0.9964	-0.227%	-0.021%	0.97%	0.22%	1.97%	-0.60%
		4×4		0.9870	0.9968	-0.958%	0.025%	1.89%	0.16%	3.34%	0.35%
	LHHH	1×1		1.0273	1.0075	1.886%	-0.073%	1.21%	0.96%	3.32%	2.86%
		2×2	1.0083	1.0059	1.0082	-0.236%	-0.009%	0.51%	0.14%	1.37%	0.59%
		4×4		0.9953	1.0084	-1.289%	0.012%	0.57%	0.22%	1.90%	-0.47%
	HLLL	1×1		0.9831	0.9772	0.509%	-0.093%	1.75%	1.18%	3.92%	-3.05%
		2×2	0.9781	0.9760	0.9779	-0.216%	-0.015%	0.98%	0.24%	2.01%	-0.73%
		4×4		0.9723	0.9782	-0.591%	0.015%	1.94%	0.17%	3.39%	0.35%

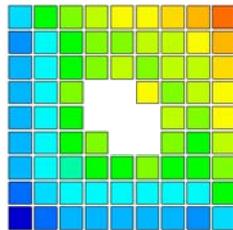
表 3-4 均質体系に MOC を用いた場合の計算結果及び非均質体系(MOC)との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC	均質体系 MOC		誤差		RMS		最大誤差	
				Reference	NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH
挿入	HHLL	1×1		0.7395	0.7647	-3.273%	0.024%	3.74%	1.30%	-6.94%	4.45%
		2×2	0.7645	0.7521	0.7643	-1.618%	-0.018%	1.78%	0.18%	3.92%	0.72%
		4×4		0.7545	0.7643	-1.301%	-0.026%	1.63%	0.21%	3.33%	-1.13%
	LHHL	1×1		0.7374	0.7616	-3.129%	0.053%	3.74%	1.86%	-6.93%	4.82%
		2×2	0.7612	0.7500	0.7608	-1.472%	-0.057%	1.76%	0.25%	3.49%	-0.89%
		4×4		0.7523	0.7608	-1.164%	-0.053%	1.59%	0.33%	2.87%	-1.55%
	LHHH	1×1		0.7568	0.7844	-4.044%	-0.535%	1.89%	2.12%	-7.99%	-5.91%
		2×2	0.7887	0.7730	0.7885	-1.989%	-0.021%	0.92%	0.35%	-2.85%	-1.05%
		4×4		0.7756	0.7885	-1.650%	-0.023%	1.10%	0.34%	-3.27%	1.22%
	HLLL	1×1		0.7138	0.7349	-2.832%	0.029%	3.95%	1.97%	-7.31%	5.91%
		2×2	0.7346	0.7271	0.7345	-1.028%	-0.025%	1.89%	0.25%	3.92%	-1.05%
		4×4		0.7292	0.7345	-0.745%	-0.025%	1.67%	0.34%	3.24%	-1.80%
非挿入	HHLL	1×1		0.9772	0.9943	-1.694%	0.024%	3.11%	0.40%	-6.91%	0.82%
		2×2	0.9940	0.9812	0.9942	-1.289%	0.011%	1.73%	0.15%	3.98%	0.41%
		4×4		0.9828	0.9941	-1.132%	0.006%	1.74%	0.11%	3.36%	0.33%
	LHHL	1×1		0.9794	0.9968	-1.724%	0.019%	2.93%	0.40%	-6.96%	1.04%
		2×2	0.9966	0.9838	0.9968	-1.283%	0.017%	1.61%	0.16%	3.49%	0.28%
		4×4		0.9855	0.9968	-1.118%	0.020%	1.68%	0.17%	2.95%	0.39%
	LHHH	1×1		0.9799	1.0060	-2.812%	-0.227%	1.99%	0.58%	-6.17%	-2.09%
		2×2	1.0083	0.9897	1.0084	-1.844%	0.009%	0.67%	0.10%	-1.42%	-0.23%
		4×4		0.9922	1.0083	-1.592%	0.008%	0.56%	0.11%	1.40%	-0.24%
	HLLL	1×1		0.9716	0.9783	-0.662%	0.025%	3.04%	0.52%	-8.14%	1.36%
		2×2	0.9781	0.9719	0.9782	-0.637%	0.013%	1.74%	0.18%	3.77%	0.38%
		4×4		0.9723	0.9782	-0.590%	0.012%	1.78%	0.16%	3.20%	0.37%

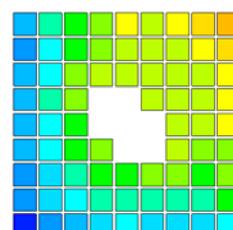
制御棒挿入(メッシュ分割数:4×4)



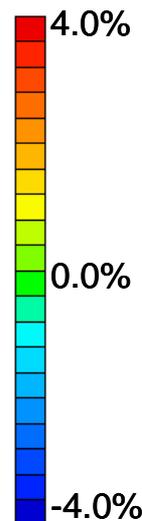
拡散計算



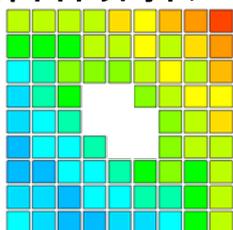
SP3法



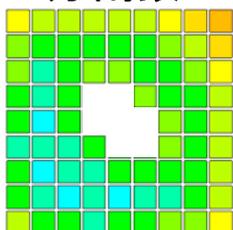
MOC



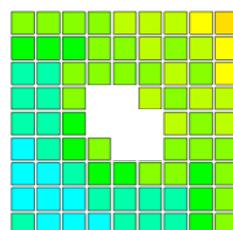
制御棒非挿入(メッシュ分割数:4×4)



拡散計算



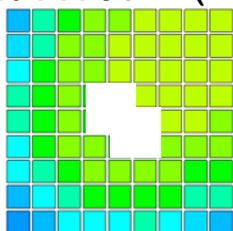
SP3法



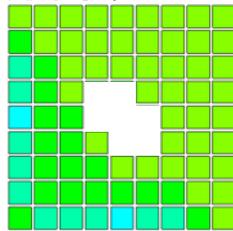
MOC

図 3.6 LHHH 体系における各計算手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(セル内を4×4に分割、SPH法非適用)

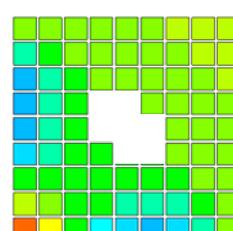
制御棒挿入(メッシュ分割数:4×4)



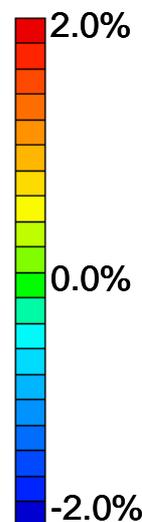
拡散計算



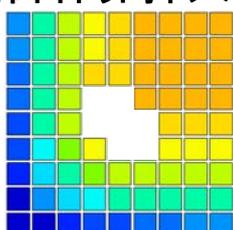
SP3法



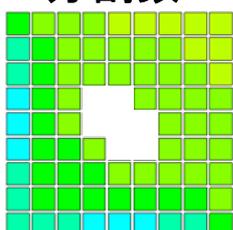
MOC



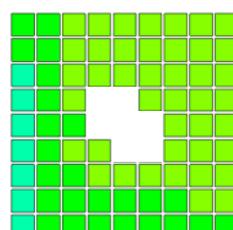
制御棒非挿入(メッシュ分割数:4×4)



拡散計算



SP3法



MOC

図 3.7 LHHH 体系における各計算手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(セル内を4×4に分割、SPH法適用)

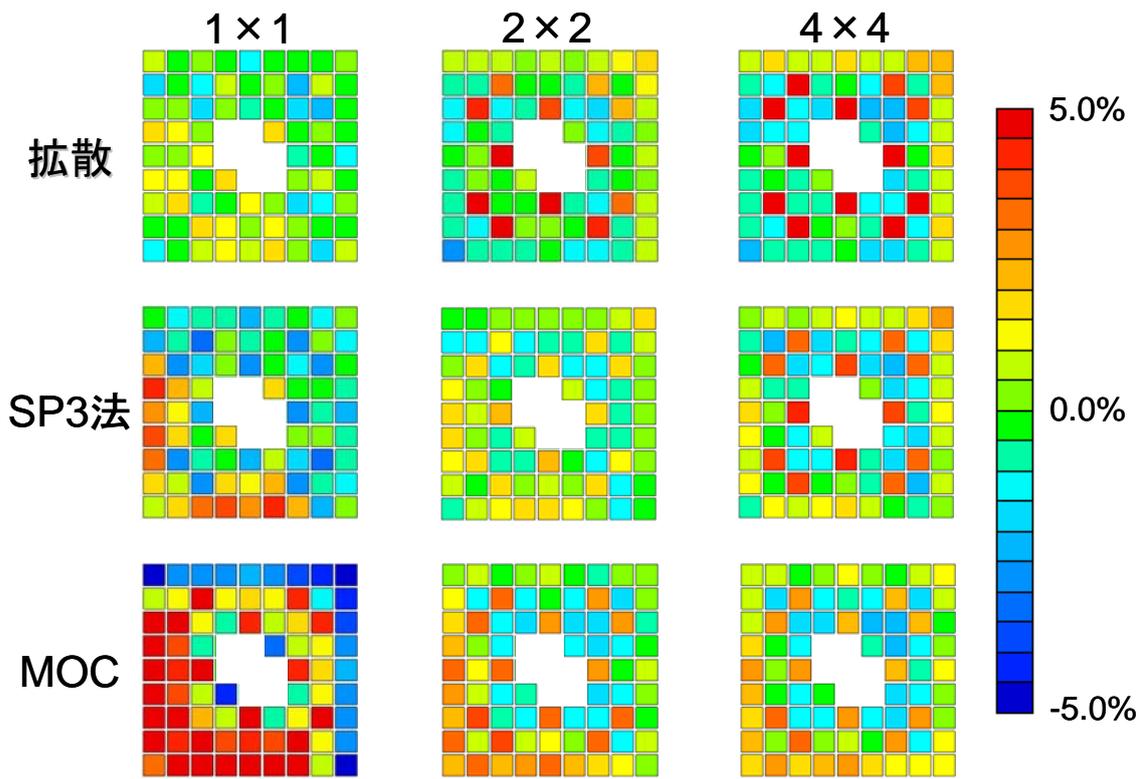


図 3.8 HLLL 体系における各計算手法でのメッシュ分割数による計算精度の変化  
(制御棒挿入、SPH 法非適用)

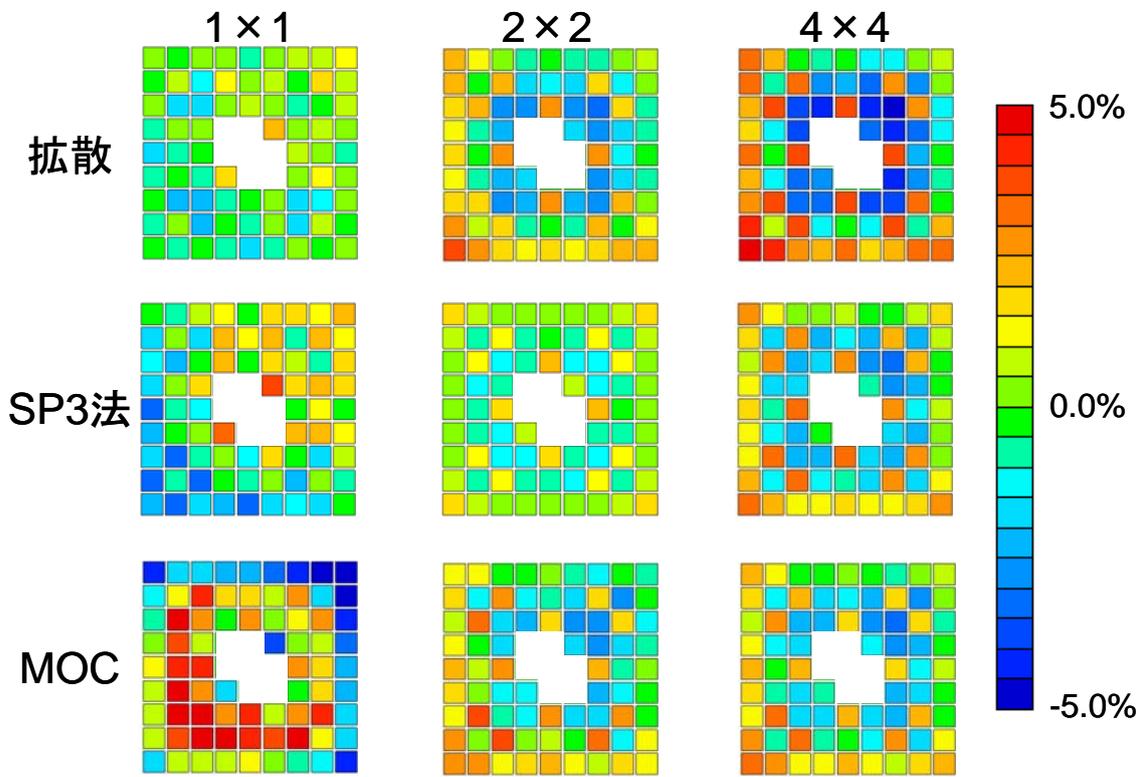


図 3.9 HLLL 体系における各計算手法でのメッシュ分割数による計算精度の変化  
(制御棒非挿入、SPH 法非適用)

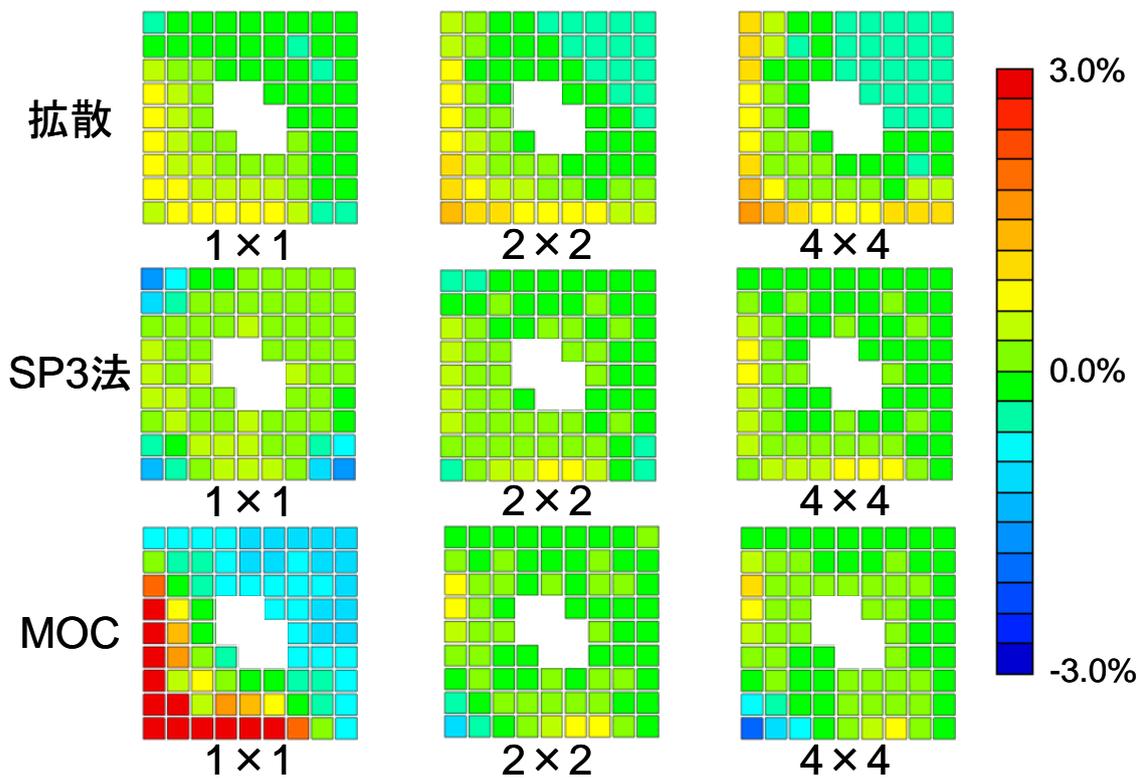


図 3.10 HLLL 体系における各計算手法でのメッシュ分割数による計算精度の変化  
(制御棒挿入、SPH 法適用)

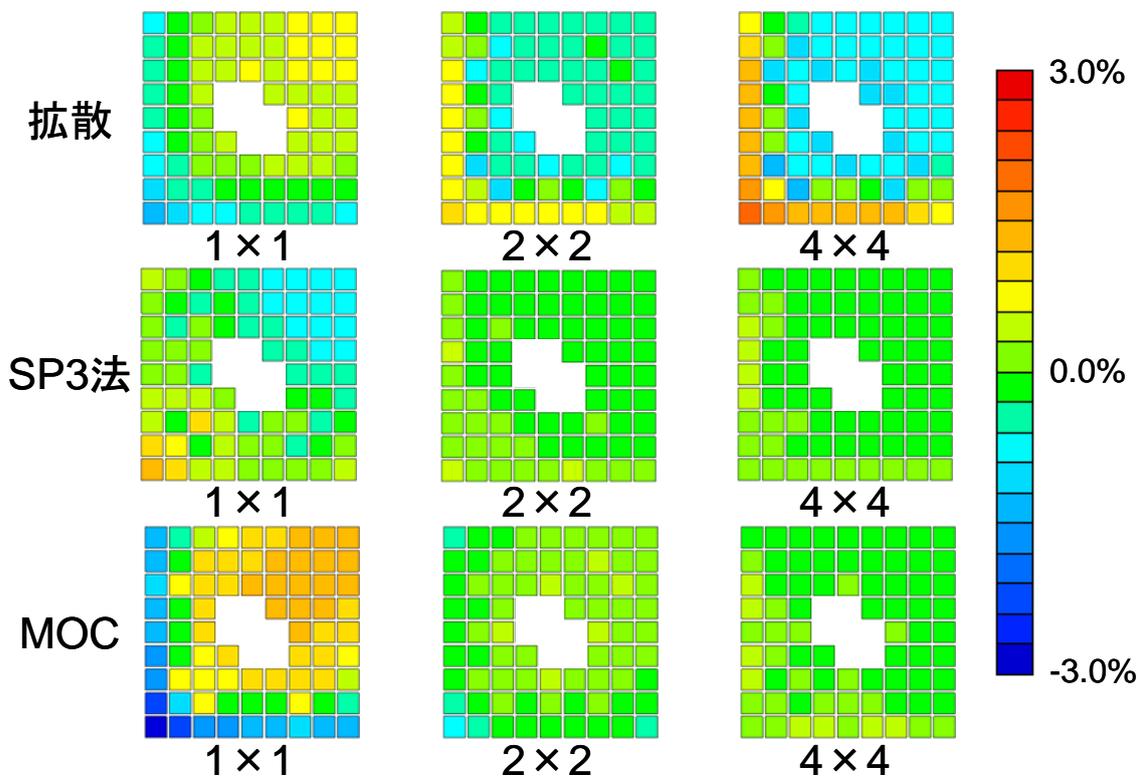


図 3.11 HLLL 体系における各計算手法でのメッシュ分割数による計算精度の変化  
(制御棒非挿入、SPH 法適用)

### 3.3 まとめ

三次元 Pin-by-pin 計算に用いる計算手法の候補として拡散計算と SP3 法を挙げた。両者の計算精度を比較するため、 $2 \times 2$  集合体体系において MOC を用いた非均質体系での計算結果と比較した。なお、均質化誤差を低減させるため、単一集合体体系において SPH 法を適用し、断面積を補正した。また、メッシュ誤差の影響を調べるため、セル内を  $1 \times 1$ 、 $2 \times 2$ 、 $4 \times 4$  に分割した場合において計算を行った。さらに拡散計算及び SP3 法で得られた計算精度を評価するために、MOC を用いて同様の均質体系を計算した計算結果と比較した。

その結果、拡散計算を用いた場合、メッシュ分割数を増加させても計算精度が向上しないことが分かった。このことから、拡散誤差とメッシュ誤差が打ち消し合っているものと考えられる。また、SP3 法を用いて計算した結果は、MOC を用いて計算した結果と近い計算精度が得られることが分かった。

以上のことから、BWR における三次元 Pin-by-pin 計算には SP3 法を用いることで高い計算精度が得られると考えられる。

## 4. メッシュ不整合体系を取り扱うSP3法の検討

### 4.1 目的

BWRでは、1章で述べた通り、燃料集合体の高燃焼度化に伴い燃料集合体内の燃料棒本数が増加してきた。そのため、BWRでは炉内に異なる燃料棒本数の燃料集合体が同時に装荷されている場合がある。このような炉心を三次元 Pin-by-pin 計算を用いて解析する場合、図 4.1 のようにメッシュ数の異なる燃料集合体が隣接する体系を取り扱う必要がある。

従来の SP3 法計算コードではこのようなメッシュ不整合領域を取り扱うことが出来なかった。そこで本研究では、メッシュ不整合領域を取り扱うことの出来る SP3 法の計算手法について検討を行った [18]。

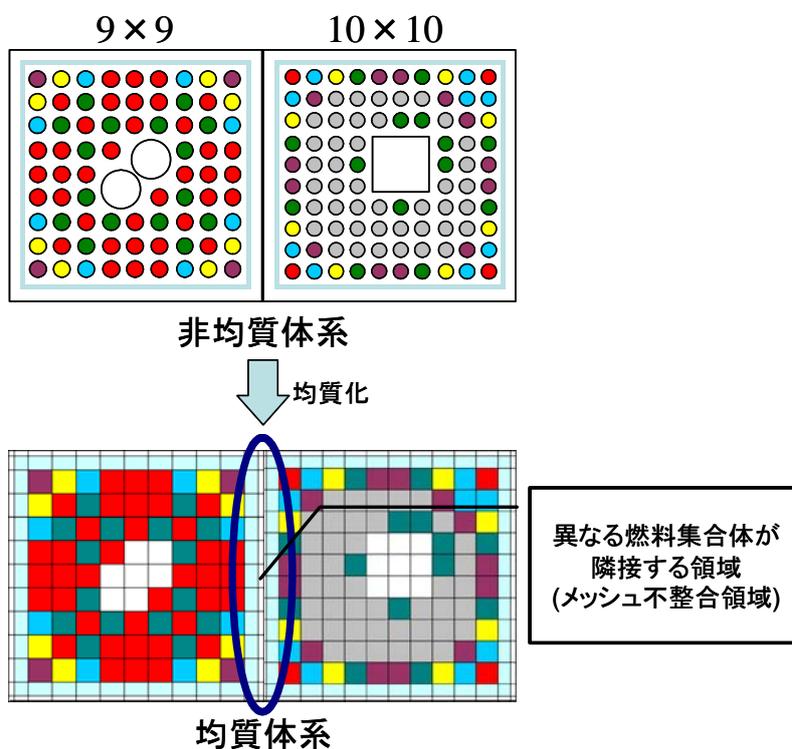


図 4.1 メッシュ不整合体系の例

### 4.2 メッシュ不整合体系の取り扱い

#### 4.2.1 集合体境界の中性子流分布

中性子束の計算には応答行列法を用いた。2章で説明したとおり、応答行列法はセル表面の平均中性子流の応答を用いて中性子束を計算している。図 4.2 のように、応答行列法ではセル境界からの入射中性子流が分かれば、隣接するセルの大きさや中性子束に関係なく計算することが出来る。このように応答行列法では隣接するセルの大きさなどを考慮する必要がないため、通常の中性子束のみを用いて計算する手法に比べてメッシュ不整合体系を取り扱いやすいのではないかと期待できる。応答行列法では隣接するセルからの放出中性子流を用いて計算を行っている。そのため、メッシュ不整合領域を計算する場合、隣接した異なる燃料集合体からの放出中性子流分布の取り扱いが重要となる。そこで異なる燃料集合体が隣接する体系において、集合体境界での中性子流分布を調べた。

用いた体系は9×9のUO<sub>2</sub>燃料集合体と10×10のMOX燃料集合体からなる2×2燃料集合体体系である。図4.3に参照に用いた体系を、図4.4にUO<sub>2</sub>燃料集合体からMOX燃料集合体への放出中性子流分布を示す。

図4.4に示されるように、高速群と熱群の放出中性子流分布は逆の傾向を示している。高速群の中性子が減速材領域で減少するのは発生源である燃料から遠ざかるためである。また、熱群の中性子が燃料領域で少なくなっているのは、隣接するMOX燃料集合体中のPuが吸収するためである。

このように高速群と熱群で放出中性子流分布の傾向は大きく異なっており、また熱群では高速群に比べてその変化の幅が大きいことが分かった。さらに放出中性子流分布の形状は連続的な変化を示していることも分かった。また図4.4を見ると、隣接するセル間の放出中性子流分布は直線や二次関数のような低い次数の関数で近似することが可能だと考えられる。このことから、集合体境界での中性子流分布を多項式で補間することで高い計算精度が得られるのではないかと推測した。

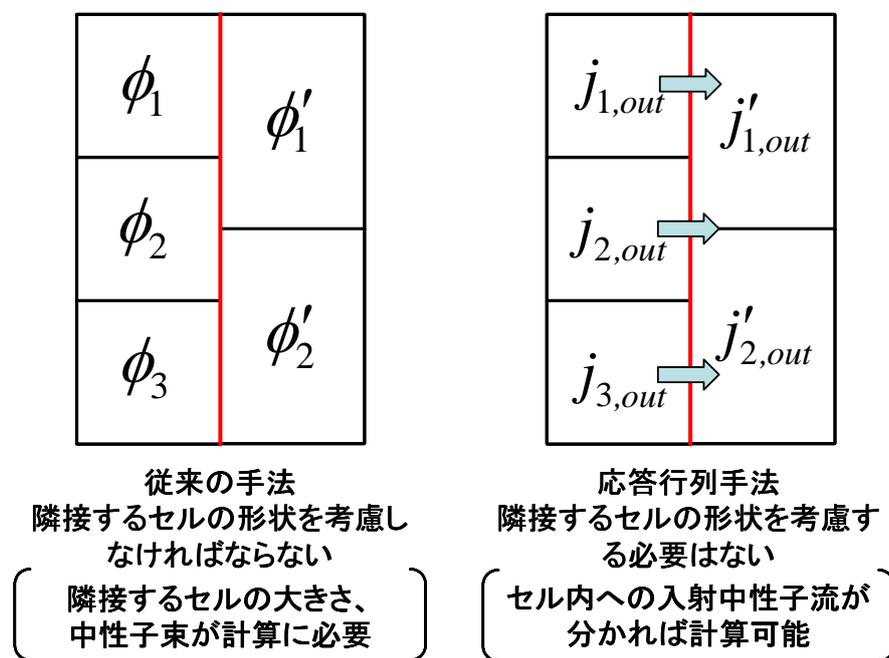


図4.2 従来手法と応答行列法でのメッシュ不整合領域での差異

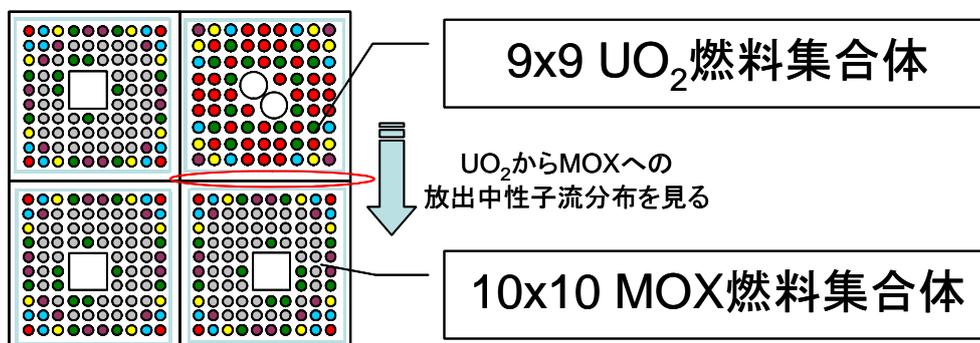


図4.3 放出中性子流分布の例

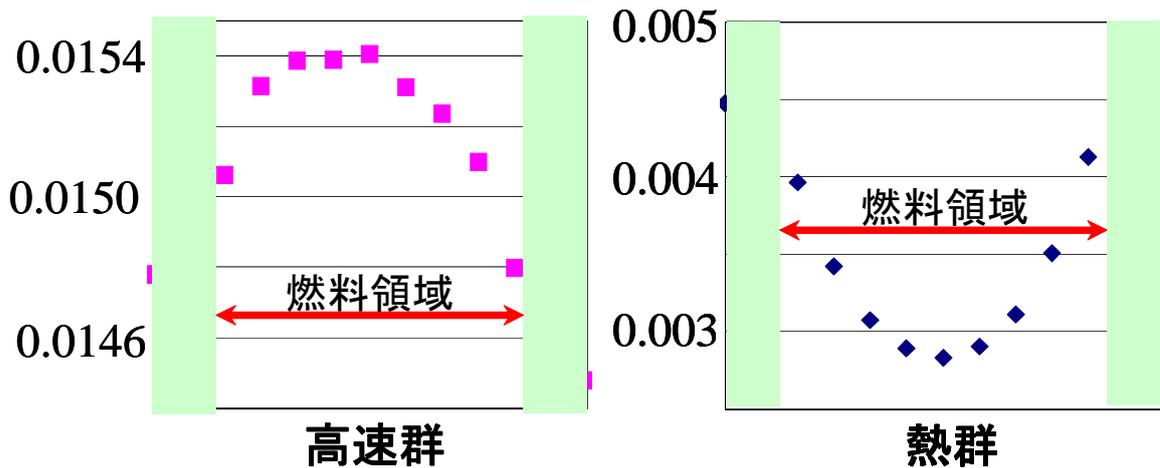


図 4.4 集合体境界の中性子流分布

#### 4.2.2 メッシュ不整合領域での中性子流分布

図 4.4 より、メッシュ不整合領域での放出中性子流分布は多項式で近似可能な形状であることが分かった。このことから図 4.5 のように放出中性子流分布を隣接するセルの放出中性子流を用いて多項式で近似すれば高い計算精度が得られるのではないかと考えた。

本研究では以下の手順で集合体境界での入射中性子流を決定した。

1. 各メッシュの平均放出中性子流をメッシュ中央の放出中性子流とする
2. セル毎の放出中性子流分布を隣接するセルの放出中性子流を用いて 0 次(メッシュ内で分布が一定)、1 次及び 2 次関数でそれぞれ補間
3. 2 で得られた放出中性子流分布を隣接する集合体のセル毎にセルピッチで積分し、入射中性子流の積分値を算出
4. 境界全体での入射中性子流と放出中性子流の積分値が保存するように入射中性子流の積分値を補正

図 4.6 に放出中性子流分布を一次関数で補間した場合の手順を図示した。

本研究では放出中性子流分布の補間に図 4.7 のようにメッシュ内で分布が一定の場合(Flat)、1 次関数で補間した場合(Linear)、2 次関数で補間した場合(Quadratic)の三通りの補間方法を挙げ、その計算精度を比較した。

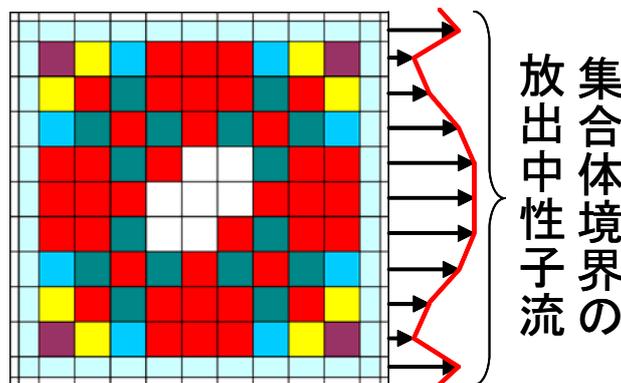


図 4.5 放出中性子流分布を 1 次関数で補間した例

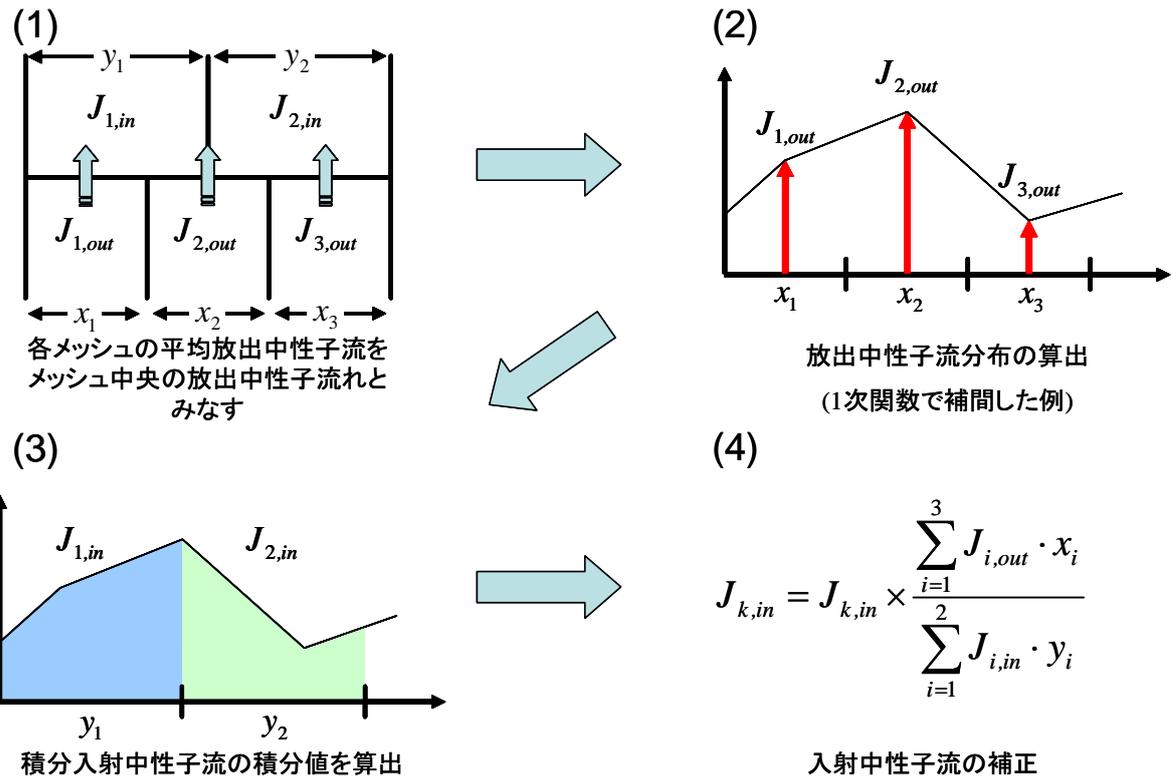


図 4.6 集合体境界における入射中性子流の取り扱い

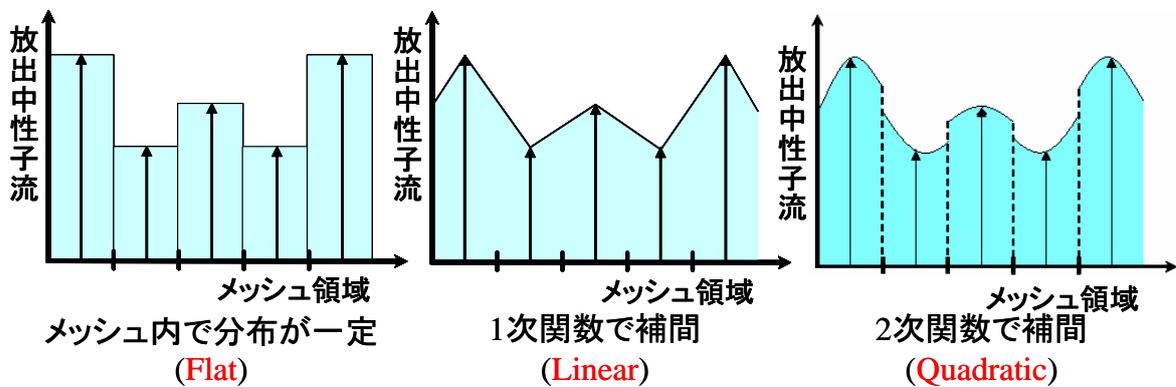


図 4.7 本研究で検討した放出中性子流分布補間方法

### 4.3 中性子流補間方法の計算精度検証

#### 4.3.1 計算過程

図 4.7 の三通りの中性子流補間方法の精度を比較するために、図 4.8、図 4.9 に示す 10×10 の MOX 燃料集合体と 9×9 の UO<sub>2</sub> 燃料集合体が混在する 2×2 集合体体系において、MOC で計算した非均質体系の計算結果と Flat、Linear、Quadratic の三通りの中性子流補間方法を用いて計算した結果とを比較し、中性子流補間方法の計算精度を検証した。3 章と同様に本研究では均質化誤差を低減させるため、単一集合体体系において SPH 法を適用した。また、非均質体系は MOC を用いて計算した。以下に本計算の流れを示す。

1. 単一集合体体系において MOC を用いて非均質体系を計算 (参照解)
2. 単一集合体体系において非均質体系の結果を参照解として SPH 法を適用し、均質化誤差を低減した均質断面積を作成
3. SPH 法を適用した均質断面積を用いて Flat、Linear、Quadratic の三通りの中性子流補間方法を用いた SP3 法で 2×2 燃料集合体体系を計算
4. 非均質体系において同様の 2×2 燃料集合体体系を MOC で計算 (参照解)
5. 非均質体系を MOC で計算した結果と均質体系を Flat、Linear、Quadratic の各中性子流補間方法で計算した結果とを比較
6. Flat、Linear、Quadratic の各中性子流補間方法の計算精度をそれぞれ比較

また、得られた Flat、Linear、Quadratic の三通りの中性子流補間方法の計算精度の妥当性を評価するために、均質体系も MOC で計算した結果と比較した。MOC は非均質体系を取り扱うことができることから分かるように、複雑な体系を取り扱うことができる。そのため、本章で取り上げるようなメッシュ不整合体系も取り扱うことができる。

#### 4.3.2 計算条件

MOC の計算コードには 3 章と同様に AEGIS コードを用いた。また、応答行列法を用いた SP3 法計算コードには自作の計算コードを用いた。作成した応答行列法を用いた SP3 法計算コードが正しい計算結果が得られているかどうかを確認するために、3 章で作成した SP3 法コードの結果と比較した。

また、非均質体系の断面積作成には 3 章と同様に SRAC95 を用いた。

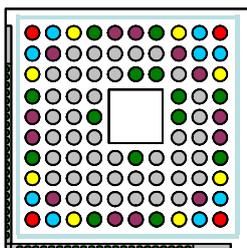
本研究では 10×10 の MOX 燃料集合体(Atrium10<sup>[27]</sup>)と 9×9 の UO<sub>2</sub> 燃料集合体(GE11<sup>[27]</sup>)という異なる幾何形状からなる二種類の燃料集合体を用いた。この二種類の燃料集合体で構成される 2×2 燃料集合体体系にはメッシュ不整合領域が存在するだけでなく、MOX と UO<sub>2</sub> という核的な性質の異なる燃料集合体が混在しているため、中性子束分布の観点からも複雑な体系となっている。図 4.8 及び図 4.9 に計算に用いた MOX 燃料集合体と UO<sub>2</sub> 燃料集合体の単一集合体体系の幾何形状及び濃縮度分布を示した。また、図 4.10 に 2×2 燃料集合体体系の幾何形状を示した。

図 4.8～図 4.10 には制御棒が挿入された体系を示しているが、制御棒の存在は体系内の中性子束分布に大きな影響を与えるため、3 章と同様に制御棒が挿入された体系だけでなく、制御棒が挿入されていない体系においても同様の計算を行い、計算精度の比較を行った。

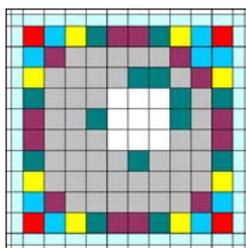
またメッシュ誤差の影響を調べるため、図 3.5 に示したように燃料棒単位で均質化したセル内を 1×1、2×2、4×4 の三通りに分割し、メッシュ分割数による計算精度の変化を比較した。同様に非均質体系もより高い計算精度を得るために燃料棒セルを方位各方向に 8 分割した。なお、均質体系の空間離散化手法には有限差分法を用いている。

計算に用いたエネルギー群、ボイド率、収束条件及び境界条件等については 3 章と同様である。

### 10×10 MOX燃料集合体 (Atrium 10)



非均質体系



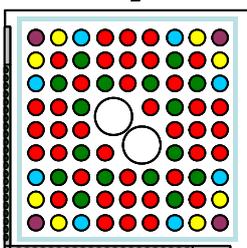
均質体系

MOX燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

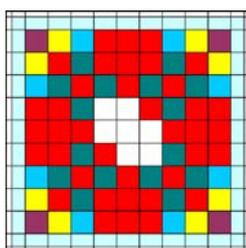
	<sup>235</sup> U濃縮度[wt%]	Pu-f[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
■	0.2%	10.2%	10.0	0.0%	43
■	0.2%	7.7%	10.0	0.0%	13
■	0.2%	6.4%	10.0	0.0%	8
■	0.2%	3.8%	10.0	0.0%	9
■	0.2%	2.6%	10.0	0.0%	4
■	3.5%	0.0%	9.8	4.0%	14

図 4.8 10×10 MOX 燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

### 9×9 UO<sub>2</sub>燃料集合体 (GE11)



非均質体系



均質体系

UO<sub>2</sub>燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	<sup>235</sup> U濃縮度[wt%]	Pu-f[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
■	6.3%	0.0%	10.1	0.0%	38
■	5.0%	0.0%	10.1	0.0%	8
■	4.0%	0.0%	10.1	0.0%	8
■	3.0%	0.0%	10.1	0.0%	4
■	5.0%	0.0%	9.8	6.0%	16

図 4.9 9×9 UO<sub>2</sub> 燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

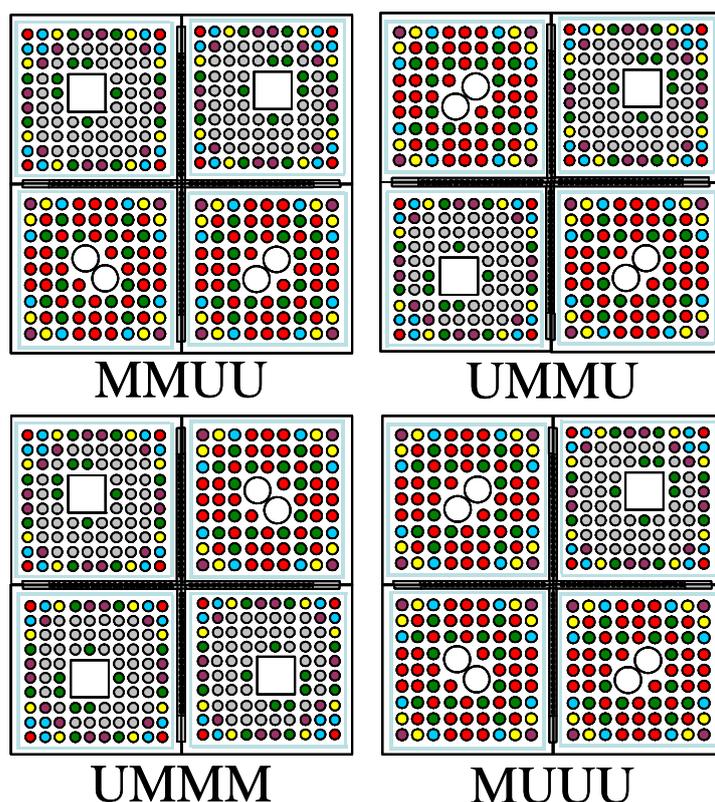


図 4.10 比較に用いた 2×2 燃料集合体体系の幾何形状

### 4.3.3 計算結果及び考察

表 4-1 から表 4-3 に Flat、Linear、Quadratic の三通りの中性子流補間方法で計算した計算結果を示した。また、図 4.11 及び図 4.12 に MUUU 体系における各中性子流補間方法による MOC との差異を、図 4.13～図 4.15 に MUUU 体系の各中性子流補間方法におけるメッシュ分割数による MOC との差異の変化を示した。なお、図に示されている燃料集合体は 3 章と同様に図 4.10 に示されている 2×2 燃料集合体体系の右上の燃料集合体の結果である。また、3 章と同様に燃料棒出力分布の差異は集合体ごとに規格化して比較している。

以下に計算結果についてまとめる。

- ・ 表 4-1～表 4-3 及び図 4.11、図 4.12 より、どの中性子流補間方法を用いても同等の計算精度を得ることが出来る。また均質体系も MOC を用いて計算した結果と比較すると、制御棒が非挿入の場合にやや差異が大きいものの、どの中性子流補間方法を用いても MOC に近い計算精度で計算できていることが分かった。
- ・ 図 4.13～図 4.15 より、メッシュ分割数の増加に伴い計算精度も向上した。これは 3 章で得られた結果と同様の傾向を示しており、SP3 法を用いることによる誤差が小さいことが分かった。
- ・ 3 章の結果と同様に異なる燃料集合体が隣接する領域において非均質体系の計算結果との差異が大きくなっている。
- ・ 計算時間の面から各中性子流補間方法を比較すると、Flat に比べ Linear と Quadratic ではメッシュ内の中性子流分布を関数化する分だけ計算時間が余分に必要になる。このことから Flat を用いてメッシュ不整合領域の中性子流を計算する場合は最も計算コストが少ない。

以上のことから、SP3 法でのメッシュ不整合領域の取り扱いに Flat を用いることで短時間かつ高精度に計算できることが分かった。

表4-1 メッシュ不整合領域の取り扱いに Flat を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC)との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC Refference	均質体系 Flat		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	MMUU	1×1	0.90582	0.91493	0.90534	0.996%	-0.053%	2.08%	0.19%	4.89%	-0.94%
		2×2		0.90137	0.90557	-0.493%	-0.027%	0.96%	0.11%	-2.45%	0.55%
		4×4		0.89535	0.90568	-1.169%	-0.015%	0.99%	0.14%	-3.84%	0.64%
	UMMU	1×1	0.90484	0.91441	0.90417	1.046%	-0.074%	2.01%	0.27%	-4.68%	-1.28%
		2×2		0.90042	0.90464	-0.490%	-0.021%	1.01%	0.14%	-2.45%	-0.57%
		4×4		0.89415	0.90486	-1.195%	0.002%	0.99%	0.17%	-3.56%	0.59%
	UMMM	1×1	0.92506	0.92958	0.92480	0.486%	-0.029%	2.04%	0.27%	-4.11%	-1.07%
		2×2		0.92066	0.92501	-0.478%	-0.006%	1.05%	0.21%	-3.39%	-0.80%
		4×4		0.91649	0.92511	-0.935%	0.005%	1.90%	0.19%	-4.60%	-0.65%
	MUUU	1×1	0.88479	0.89968	0.88428	1.655%	-0.057%	2.29%	0.29%	4.94%	-1.46%
		2×2		0.88054	0.88455	-0.482%	-0.027%	1.02%	0.14%	-2.47%	-0.65%
		4×4		0.87218	0.88467	-1.445%	-0.013%	1.05%	0.17%	-4.18%	0.56%
非挿入	MMUU	1×1	1.08253	1.09118	1.08266	0.792%	0.011%	1.50%	0.22%	-3.88%	-0.74%
		2×2		1.07904	1.08255	-0.324%	0.001%	0.78%	0.11%	-1.90%	0.38%
		4×4		1.07285	1.08250	-0.903%	-0.003%	0.68%	0.18%	-1.52%	0.61%
	UMMU	1×1	1.08179	1.09052	1.08206	0.800%	0.024%	1.57%	0.32%	-3.63%	-0.73%
		2×2		1.07834	1.08183	-0.320%	0.004%	0.81%	0.12%	-1.82%	0.34%
		4×4		1.07210	1.08175	-0.904%	-0.004%	0.66%	0.20%	-1.47%	0.64%
	UMMM	1×1	1.08823	1.09198	1.08837	0.343%	0.013%	1.84%	0.33%	-4.03%	0.84%
		2×2		1.08485	1.08826	-0.312%	0.003%	1.11%	0.20%	-3.63%	-0.85%
		4×4		1.08081	1.08821	-0.687%	-0.001%	2.03%	0.31%	-5.10%	-1.04%
	MUUU	1×1	1.07650	1.09034	1.07663	1.269%	0.012%	1.57%	0.32%	-3.93%	-0.74%
		2×2		1.07291	1.07652	-0.334%	0.002%	0.82%	0.16%	-1.80%	0.64%
		4×4		1.06438	1.07647	-1.139%	-0.003%	0.70%	0.24%	1.47%	1.03%

表 4-2 メッシュ不整合領域の取り扱いに Linear を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC)との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC Refference	均質体系 Linear		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	MMUU	1×1	0.90582	0.91523	0.90565	1.028%	-0.018%	2.09%	0.12%	4.78%	-0.80%
		2×2		0.90151	0.90571	-0.478%	-0.012%	0.94%	0.14%	-2.47%	0.58%
		4×4		0.89540	0.90573	-1.164%	-0.010%	0.98%	0.16%	-3.81%	0.69%
	UMMU	1×1	0.90484	0.91499	0.90479	1.109%	-0.005%	1.98%	0.16%	-4.78%	-1.02%
		2×2		0.90069	0.90491	-0.460%	0.008%	0.96%	0.16%	-2.49%	0.50%
		4×4		0.89425	0.90495	-1.184%	0.013%	0.97%	0.18%	-3.50%	0.60%
	UMMM	1×1	0.92506	0.92986	0.92508	0.515%	0.002%	2.03%	0.19%	-4.11%	0.95%
		2×2		0.92079	0.92513	-0.464%	0.008%	1.04%	0.17%	-3.41%	-0.54%
		4×4		0.91654	0.92515	-0.930%	0.010%	1.89%	0.18%	-4.60%	-0.57%
	MUUU	1×1	0.88479	0.89999	0.88464	1.690%	-0.017%	2.25%	0.19%	4.85%	-1.31%
		2×2		0.88070	0.88470	-0.464%	-0.010%	1.05%	0.16%	-3.45%	-0.56%
		4×4		0.87223	0.88472	-1.439%	-0.007%	1.03%	0.18%	-4.14%	0.58%
非挿入	MMUU	1×1	1.08253	1.09120	1.08269	0.794%	0.014%	1.51%	0.24%	-3.88%	-0.99%
		2×2		1.07905	1.08256	-0.323%	0.002%	0.78%	0.13%	-1.90%	0.49%
		4×4		1.07285	1.08250	-0.903%	-0.003%	0.68%	0.18%	-1.54%	0.64%
	UMMU	1×1	1.08179	1.09056	1.08212	0.804%	0.030%	1.58%	0.33%	-3.64%	-0.99%
		2×2		1.07836	1.08186	-0.318%	0.006%	0.82%	0.15%	-1.83%	0.52%
		4×4		1.07210	1.08175	-0.904%	-0.004%	0.66%	0.20%	-1.47%	0.68%
	UMMM	1×1	1.08823	1.09200	1.08840	0.345%	0.016%	1.83%	0.28%	-4.04%	0.63%
		2×2		1.08486	1.08827	-0.311%	0.004%	1.11%	0.19%	-3.63%	-0.75%
		4×4		1.08081	1.08821	-0.687%	-0.001%	2.03%	0.31%	-5.09%	-1.02%
	MUUU	1×1	1.07650	1.09037	1.07667	1.272%	0.016%	1.59%	0.34%	-3.93%	-1.00%
		2×2		1.07293	1.07653	-0.333%	0.003%	0.83%	0.18%	-1.80%	0.80%
		4×4		1.06438	1.07647	-1.139%	-0.003%	0.70%	0.25%	1.47%	1.06%

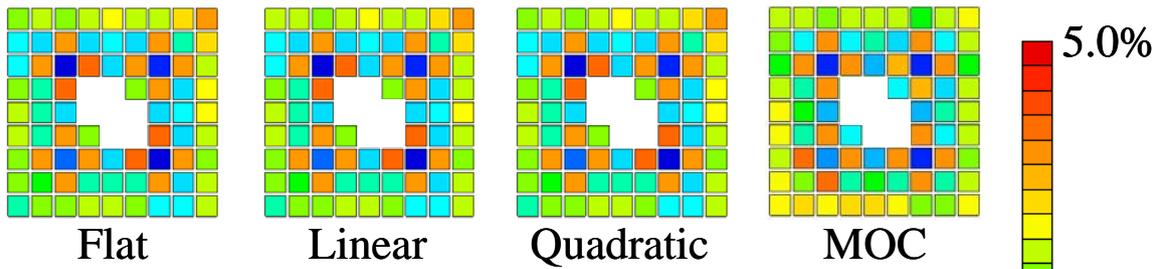
表 4-3 メッシュ不整合領域の取り扱いに Quadratic を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC) との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC 参照解	均質体系 MOC		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	MMUU	1×1	0.90582	0.89422	0.90579	-1.297%	-0.003%	3.54%	0.39%	-12.90%	1.54%
		2×2		0.89773	0.90574	-0.901%	-0.009%	1.16%	0.17%	-3.84%	-0.99%
		4×4		0.89862	0.90575	-0.801%	-0.007%	0.84%	0.31%	-2.68%	-1.76%
	UMMU	1×1	0.90484	0.89206	0.90497	-1.432%	0.015%	3.57%	0.54%	-11.70%	1.45%
		2×2		0.89619	0.90486	-0.965%	0.003%	1.15%	0.23%	-3.15%	-1.24%
		4×4		0.89721	0.90489	-0.850%	0.006%	1.86%	0.30%	-4.27%	1.43%
	UMMM	1×1	0.92506	0.91983	0.92516	-0.569%	0.011%	3.81%	0.63%	-7.55%	-1.50%
		2×2		0.92040	0.92515	-0.506%	0.010%	2.01%	0.27%	3.98%	1.33%
		4×4		0.92062	0.92518	-0.483%	0.012%	0.84%	0.26%	-1.96%	-1.35%
	MUUU	1×1	0.88479	0.86501	0.88477	-2.286%	-0.002%	3.59%	0.59%	-12.00%	1.56%
		2×2		0.87248	0.88471	-1.411%	-0.009%	1.16%	0.27%	-3.31%	-1.62%
		4×4		0.87423	0.88474	-1.207%	-0.006%	0.95%	0.10%	-2.26%	-0.41%
非挿入	MMUU	1×1	1.08253	1.06903	1.08273	-1.263%	0.018%	4.38%	0.32%	-11.20%	-0.96%
		2×2		1.07134	1.08253	-1.045%	0.000%	1.35%	0.13%	-2.76%	-0.48%
		4×4		1.07246	1.08249	-0.940%	-0.004%	0.84%	0.21%	-2.34%	-1.13%
	UMMU	1×1	1.08179	1.06843	1.08220	-1.250%	0.037%	4.42%	0.44%	-10.10%	-0.95%
		2×2		1.07058	1.08180	-1.047%	0.001%	1.32%	0.17%	-2.18%	-0.45%
		4×4		1.07169	1.08175	-0.943%	-0.004%	0.91%	0.12%	-1.79%	-0.38%
	UMMM	1×1	1.08823	1.08335	1.08842	-0.450%	0.018%	3.36%	0.44%	-6.90%	0.81%
		2×2		1.08149	1.08823	-0.623%	0.000%	1.96%	0.09%	3.97%	-0.20%
		4×4		1.08167	1.08820	-0.606%	-0.003%	1.94%	0.04%	-4.52%	-0.11%
	MUUU	1×1	1.07650	1.05336	1.07671	-2.197%	0.020%	4.57%	0.47%	-11.90%	-0.93%
		2×2		1.06041	1.07650	-1.517%	0.000%	1.41%	0.18%	-2.55%	-0.48%
		4×4		1.06259	1.07647	-1.310%	-0.003%	0.97%	0.13%	-2.06%	-0.41%

表 4-4 均質体系も MOC を用いた場合の計算結果及び非均質体系 (MOC) との差異

制御棒	体系	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC 参照解	均質体系 MOC		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	MMUU	1×1	0.90582	0.89422	0.90579	-1.297%	-0.003%	3.54%	0.39%	-12.90%	1.54%
		2×2		0.89773	0.90574	-0.901%	-0.009%	1.16%	0.17%	-3.84%	-0.99%
		4×4		0.89862	0.90575	-0.801%	-0.007%	0.84%	0.31%	-2.68%	-1.76%
	UMMU	1×1	0.90484	0.89206	0.90497	-1.432%	0.015%	3.57%	0.54%	-11.70%	1.45%
		2×2		0.89619	0.90486	-0.965%	0.003%	1.15%	0.23%	-3.15%	-1.24%
		4×4		0.89721	0.90489	-0.850%	0.006%	1.86%	0.30%	-4.27%	1.43%
	UMMM	1×1	0.92506	0.91983	0.92516	-0.569%	0.011%	3.81%	0.63%	-7.55%	-1.50%
		2×2		0.92040	0.92515	-0.506%	0.010%	2.01%	0.27%	3.98%	1.33%
		4×4		0.92062	0.92518	-0.483%	0.012%	0.84%	0.26%	-1.96%	-1.35%
	MUUU	1×1	0.88479	0.86501	0.88477	-2.286%	-0.002%	3.59%	0.59%	-12.00%	1.56%
		2×2		0.87248	0.88471	-1.411%	-0.009%	1.16%	0.27%	-3.31%	-1.62%
		4×4		0.87423	0.88474	-1.207%	-0.006%	0.95%	0.10%	-2.26%	-0.41%
非挿入	MMUU	1×1	1.08253	1.06903	1.08273	-1.263%	0.018%	4.38%	0.32%	-11.20%	-0.96%
		2×2		1.07134	1.08253	-1.045%	0.000%	1.35%	0.13%	-2.76%	-0.48%
		4×4		1.07246	1.08249	-0.940%	-0.004%	0.84%	0.21%	-2.34%	-1.13%
	UMMU	1×1	1.08179	1.06843	1.08220	-1.250%	0.037%	4.42%	0.44%	-10.10%	-0.95%
		2×2		1.07058	1.08180	-1.047%	0.001%	1.32%	0.17%	-2.18%	-0.45%
		4×4		1.07169	1.08175	-0.943%	-0.004%	0.91%	0.12%	-1.79%	-0.38%
	UMMM	1×1	1.08823	1.08335	1.08842	-0.450%	0.018%	3.36%	0.44%	-6.90%	0.81%
		2×2		1.08149	1.08823	-0.623%	0.000%	1.96%	0.09%	3.97%	-0.20%
		4×4		1.08167	1.08820	-0.606%	-0.003%	1.94%	0.04%	-4.52%	-0.11%
	MUUU	1×1	1.07650	1.05336	1.07671	-2.197%	0.020%	4.57%	0.47%	-11.90%	-0.93%
		2×2		1.06041	1.07650	-1.517%	0.000%	1.41%	0.18%	-2.55%	-0.48%
		4×4		1.06259	1.07647	-1.310%	-0.003%	0.97%	0.13%	-2.06%	-0.41%

制御棒挿入(メッシュ分割数:4×4)



制御棒非挿入(メッシュ分割数:4×4)

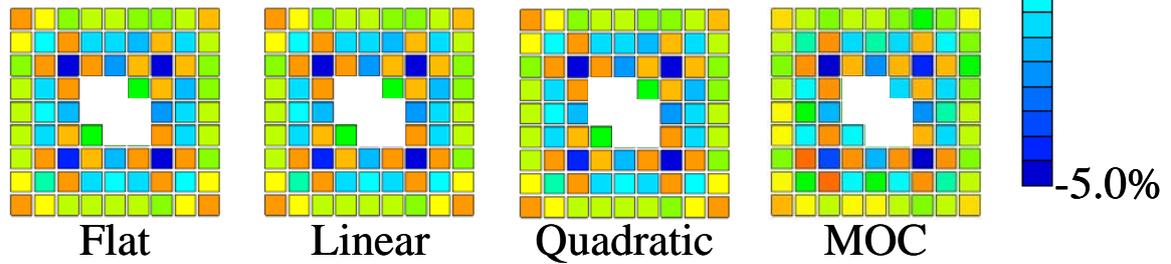
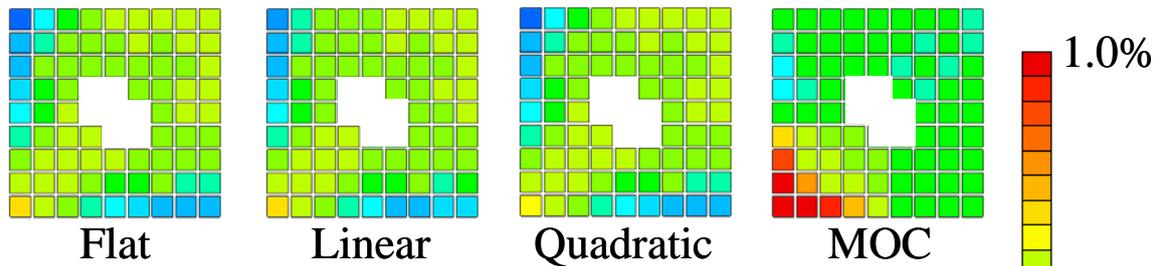


図 4.12 UMMM 体系における各中性子流補間方法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(セル内を4×4に分割、SPH法非適用)

制御棒挿入(メッシュ分割数:4×4)



制御棒非挿入(メッシュ分割数:4×4)

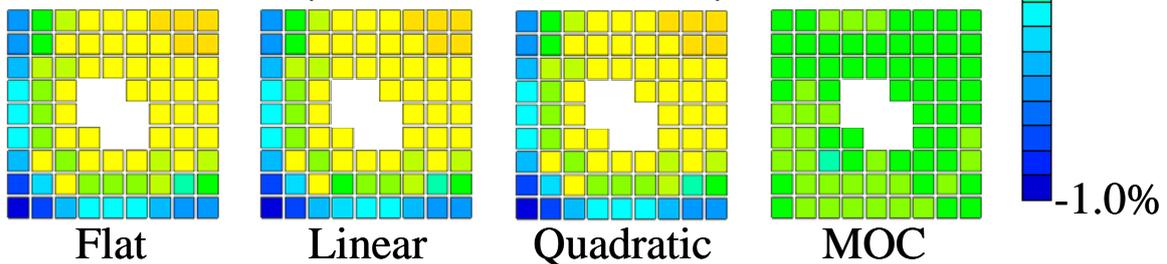


図 4.13 UMMM 体系における各中性子流補間方法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(セル内を4×4に分割、SPH法適用)

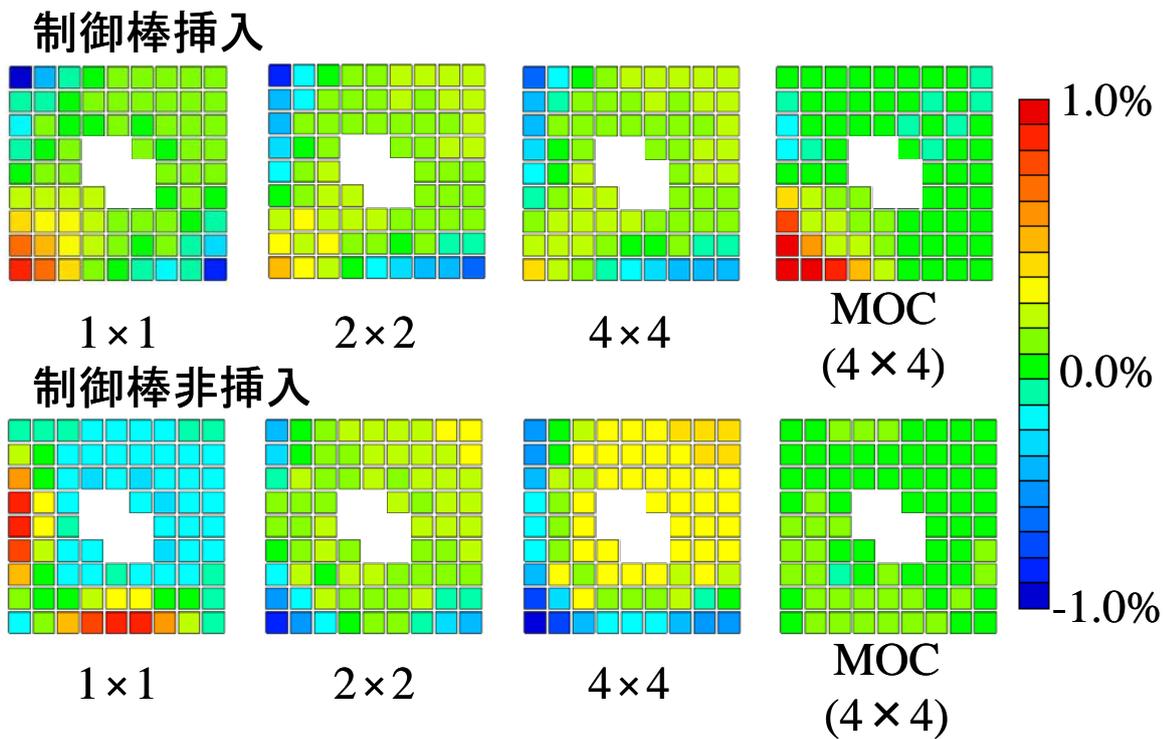


図 4.14 UMMM 体系における中性子流補間方法に Flat を用いた場合のメッシュ分割数による計算精度の変化 (SPH 法適用)

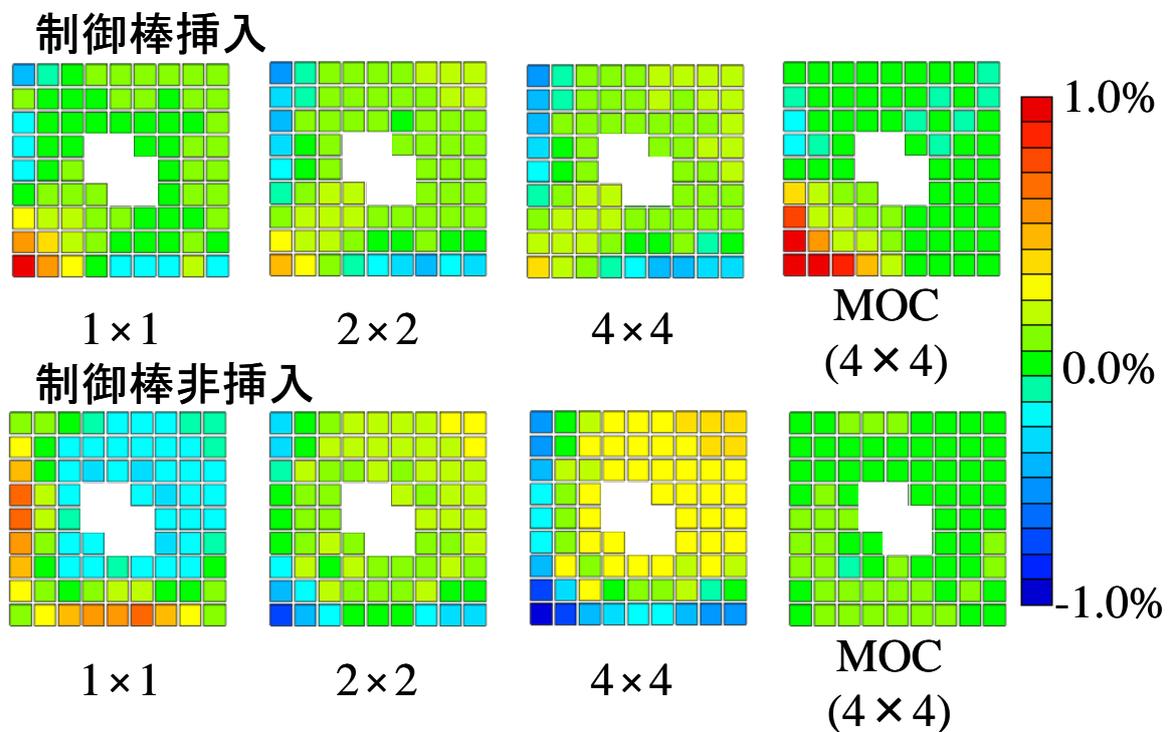


図 4.15 MUUU 体系における中性子流補間方法に Linear を用いた場合のメッシュ分割数による計算精度の変化 (SPH 法適用)

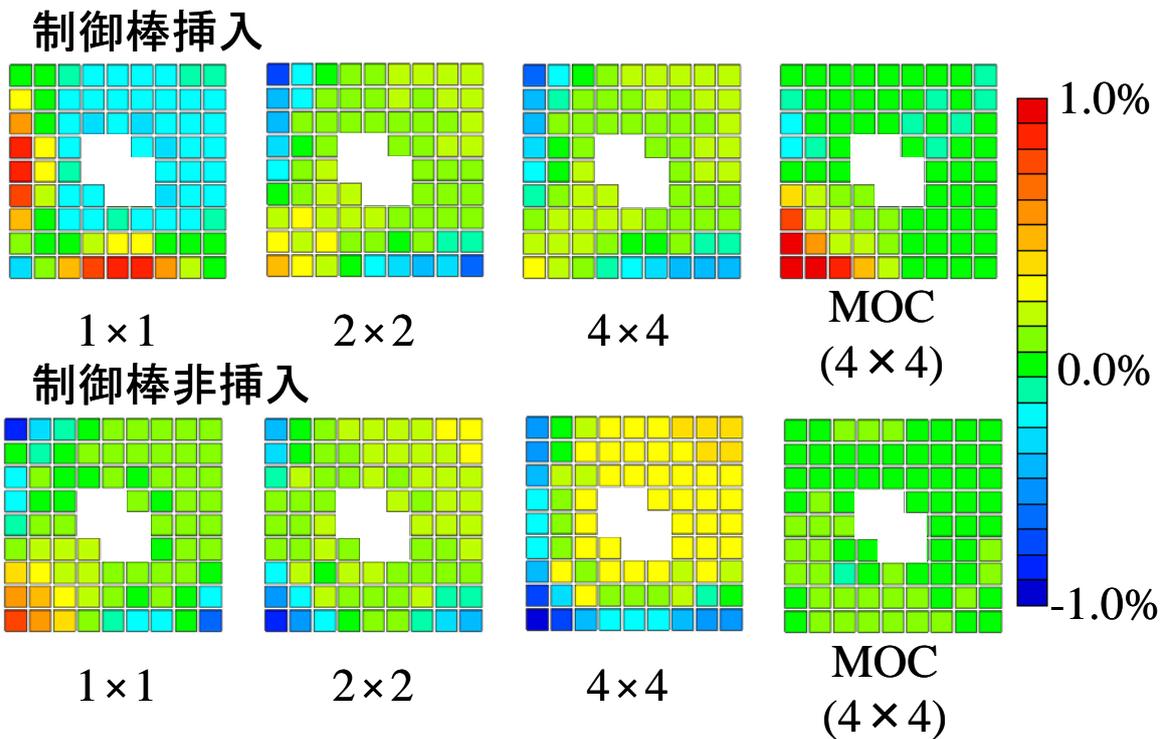


図 4.16 MUUU 体系における中性子流補間方法に Quadratic を用いた場合のメッシュ分割数による計算精度の変化 (SPH 法適用)

#### 4.4 まとめ

メッシュ不整合領域を計算可能な SP3 法の計算手法を提案した。SP3 法の計算には応答行列法を用い、集合体の境界においてセル内の放出中性子流分布を Flat、Linear 及び Quadratic の三通りの中性子流補間方法を用いて補間した。10×10 の MOX 燃料集合体と 9×9 の UO<sub>2</sub> 燃料集合体から構成される 2×2 燃料集合体体系において非均質体系の計算結果と各中性子流補間方法との計算結果を比較した結果、どの中性子流補間方法を用いても高い計算精度で計算出来ることが分かった。また、計算コストの面を考えると Flat の場合が最も短時間で計算することが出来る。このことから SP3 法でのメッシュ不整合領域の取り扱いには Flat を用いることで、短時間でかつ高精度に計算出来ることが分かった。

## 5. 多項式解析的ノード法及びSSS法の適用とその計算精度

---

### 5.1 目的

3、4章では燃料棒セル内を4×4に分割した体系で計算精度を比較した。しかし、三次元 Pin-by-pin 計算を BWR 炉心計算手法に適用する場合、計算コストの観点から燃料セル内をさらに詳細に分割することは困難である。

3、4章では有限差分法を用いて計算していた。2章で述べたように、有限差分法はメッシュ誤差の影響が大きいため、高い計算精度を得るためには燃料セル内を分割する必要がある。そのため、1mesh/pin で高い計算精度を得るためには、メッシュ誤差の影響が小さい、より高精度な計算手法を用いる必要がある。

本研究では詳細メッシュ BWR 炉心計算手法に多項式解析的ノード法<sup>[21]</sup>を適用することを検討した。多項式解析的ノード法は有限差分法に比べてメッシュ誤差が小さいため、少ないメッシュ数で同等の計算精度が得られると考えられる。実際、PWR においては中性子源を0次と近似した多項式解析的ノード法を適用することで少ないメッシュ数で同等の計算精度が得られることが示されており<sup>[4]</sup>、BWR においても多項式解析的ノード法を用いることで高い計算精度が得られることが期待できる。

また、中性子源を0次と近似した多項式解析的ノード法に加えて scattered source subtraction 法(SSS法)についても BWR 炉心計算への適用を検討した。SSS法は2章で述べたように両辺に自群から他群へ散乱する反応率を引くことで、SP3 法方程式中の散乱源の空間分布のメッシュ効果を低減させるものである。SSS法を適用することで PWR においては中性子源を0次と近似した多項式解析的ノード法に比べさらにメッシュ誤差を低減できていることが示されている<sup>[22]</sup>。そのため、BWR においても SSS法を適用することで高い計算精度が得られると期待できる。

本研究では濃縮度の異なる二つの9×9 UO<sub>2</sub>燃料集合体から構成される体系(HighLow 体系)と、10×10の MOX 燃料集合体と9×9の UO<sub>2</sub>燃料集合体から構成される体系(MOXUO<sub>2</sub>体系)の二通りの体系について計算を行い、その計算精度を比較した<sup>[20]</sup>。

本研究では前回検討を行ったメッシュ不整合体系を取り扱い可能な計算コードを用いて検討を行っている。メッシュ不整合体系における多項式解析的ノード法及び SSS 法の計算精度については未知である。そこで本研究では9×9燃料集合体のみからなる HighLow 体系における計算精度と比較することでメッシュ不整合体系に多項式解析的ノード法及び SSS 法を適用した際の計算精度についても検討を行った。

### 5.2 C5G7 ベンチマークを用いた各計算手法の妥当性評価

まず、多項式解析的ノード法、及び SSS 法が正しく計算出来ているか確認するために、多項式解析的ノード法及び SSS 法を適用することで高い計算精度が得られると示されている<sup>[4]</sup>、<sup>[21]</sup>、PWR においてその計算精度を比較した。計算に用いた体系は C5G7 ベンチマーク<sup>[29]</sup>で、非均質体系の計算及びセル内の断面積の均質化には AEGIS コードを用いた。C5G7 ベンチマークは MOX 燃料集合体と UO<sub>2</sub> 燃料集合体から成る体系で、外側が反射体で覆われている。図 5.1 にセルの幾何形状を、図 5.2 に C5G7 ベンチマーク問題の計算体系を、図 5.3 に各集合体の燃料棒配置をそれぞれ示す。また、本研究ではより少ないメッシュ分割数でメッシュ誤差を低減させることを目的としている。そこで図 5.4 のように

均質セル内を 1×1、2×2、4×4 及び 8×8 に分割した場合の各空間離散化手法で計算した実効増倍率をそれぞれ計算し、各空間離散化手法での計算結果を比較した。

以下に計算過程のフローチャートを示す。

1. 単一集合体体系において MOC を用いて非均質体系を計算
2. 単一集合体体系において非均質体系の結果を参照解として SPH 法を適用し、均質化誤差を低減した均質断面積を作成
3. SPH 法を適用した均質断面積を用いて有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の三通りの手法において C5G7 ベンチマーク体系をそれぞれ計算
4. SP3 法及び拡散計算手法において、それぞれの輸送計算手法を用いた場合の各空間離散化法の計算結果を比較

計算結果を表 5-1 に、メッシュサイズと実効増倍率の関係を図 5.5、5.6 にそれぞれ示す。図 5.5、5.6 に示されるように、拡散計算、SP3 法ともに有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法のそれぞれの手法で求めた実効増倍率はメッシュサイズを詳細にすることで同じ値に漸近していることが分かる。これは 1 章で述べたように、メッシュサイズを詳細にした場合に有限差分法の結果が多項式解析的ノード法の結果と等しくなることを示している。さらに、多項式解析的ノード法や SSS 法は有限差分法に比べメッシュ内の中性子束をより実際の中性子束分布に近づけているため、有限差分法に比べ少ないメッシュ数で高い計算精度が得られている。

また、多項式解析的ノード法と多項式解析的ノード法+SSS 法での結果を比較すると、多項式解析的ノード法に SSS 法を適用した場合のほうがよりメッシュ誤差を低減できていることが分かった。

これらの結果は従来示されていた結果<sup>[4],[21]</sup>同じであり、このことから本研究で作成した計算コードは妥当な計算結果を示していることが分かった。

表 5-1 各計算手法を用いた場合の C5G7 ベンチマークの計算結果

メッシュサイズ		実効増倍率					
		拡散			SP3		
FD	NODE	SSS	FD	NODE	SSS		
1x1	1	1.18373	1.18436	1.18553	1.18492	1.18572	1.18690
2x2	0.5	1.18532	1.18552	1.18581	1.18659	1.18689	1.18717
4x4	0.25	1.18576	1.18582	1.18589	1.18709	1.18719	1.18727
8x8	0.125	1.18588	1.18589	1.18591	1.18724	1.18727	1.18729

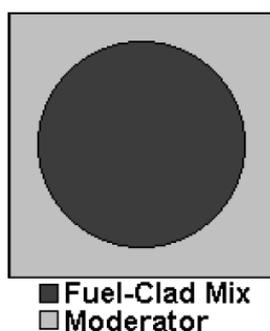


図 5.1 C5G7 ベンチマークでの燃料セル形状 (非均質体系)

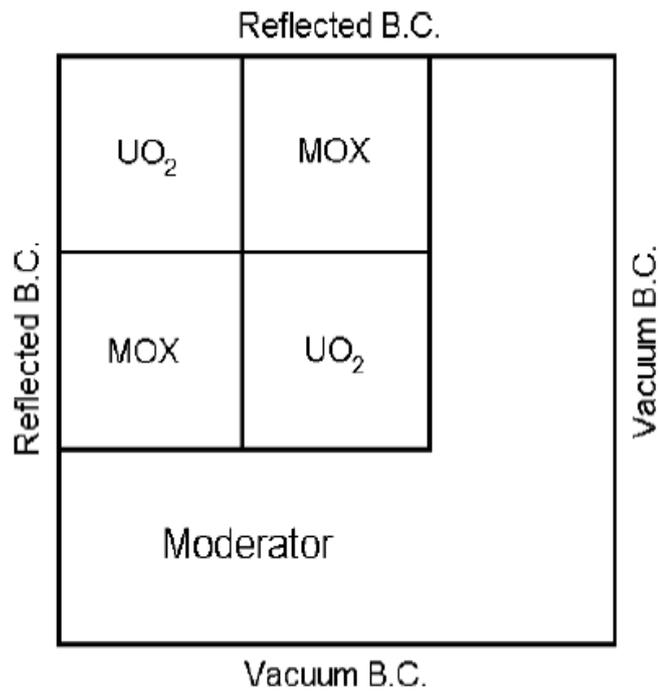


図 5.2 C5G7 ベンチマークの計算体系

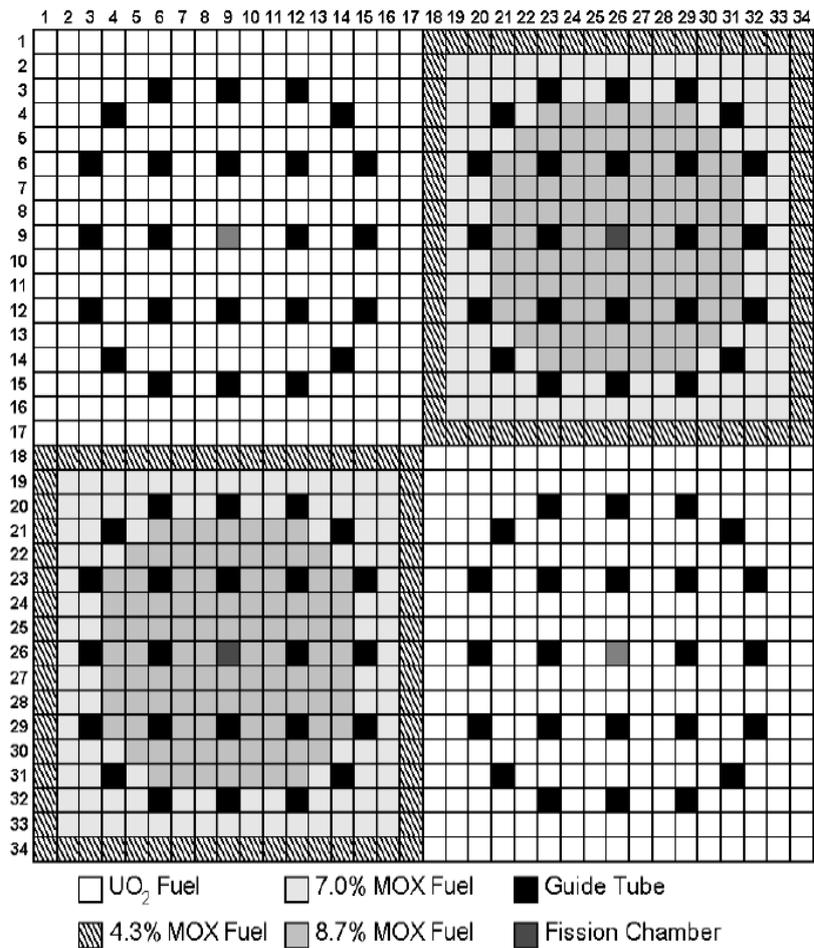


図 5.3 C5G7 ベンチマークにおける各集合体の濃縮度分布

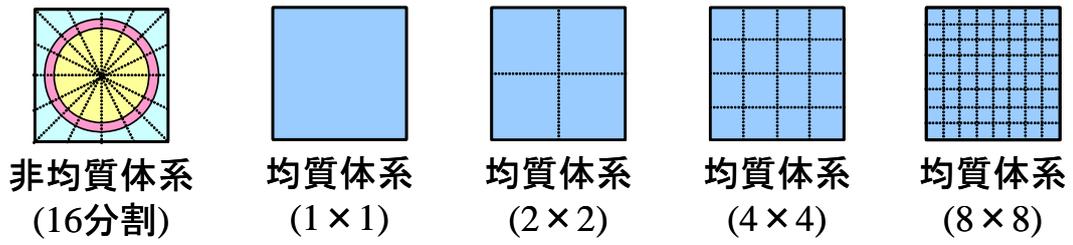


図 5.4 非均質体系及び均質体系の燃料セル内メッシュ分割例

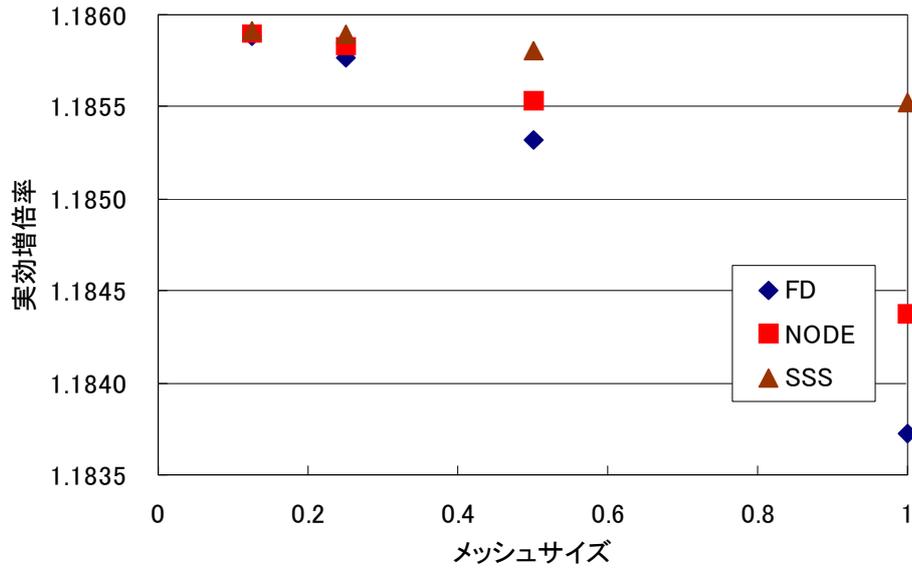


図 5.5 拡散計算を用いた場合のメッシュサイズと実効増倍率の関係

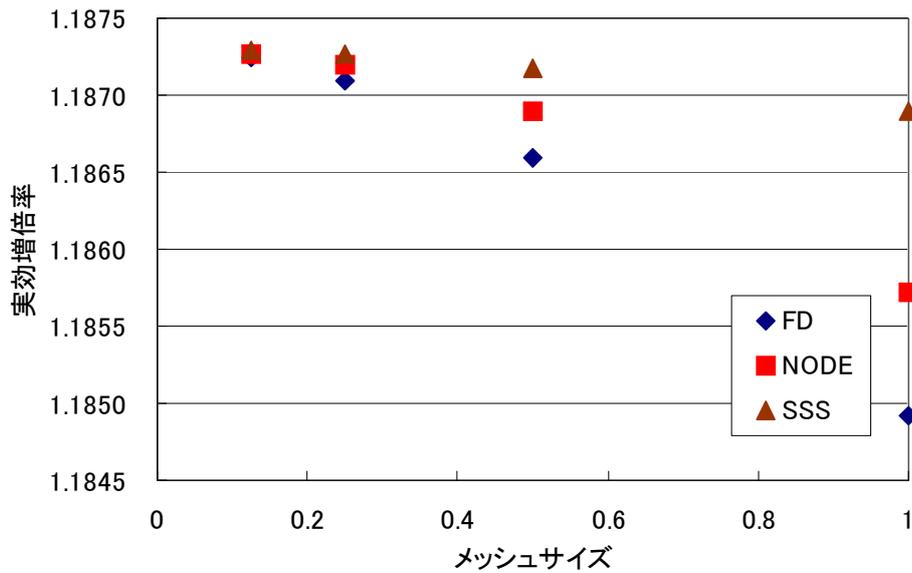


図 5.6 SP3 法を用いた場合のメッシュサイズと実効増倍率の関係

### 5.3 BWRにおける各計算手法の計算精度比較

前節では多項式解析的ノード法及び SSS 法が PWR 体系において高い計算精度が得られることを確認し、計算コードの妥当性を確認した。そこで本章では BWR 体系において各計算手法の計算精度を比較した。

#### 5.3.1 計算条件

本研究では前章と同様に均質化誤差を低減させるため、単一集合体体系において SPH 法を適用した。以下に計算過程のフローチャートを示す。

1. 単一集合体体系において MOC を用いて非均質体系を計算 (参照解)
2. 単一集合体体系において非均質体系の結果を参照解として SPH 法を適用し、均質化誤差を低減した均質断面面積を作成
3. SPH 法を適用した均質断面面積を用いて有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の三通りの手法において 2×2 燃料集合体体系をそれぞれ計算
4. 非均質体系において同様の 2×2 燃料集合体体系を MOC で計算 (参照解)
5. 非均質体系を MOC で計算した結果と均質体系を有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の各手法で計算した結果とを比較
6. 有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の各計算手法の計算精度をそれぞれ比較

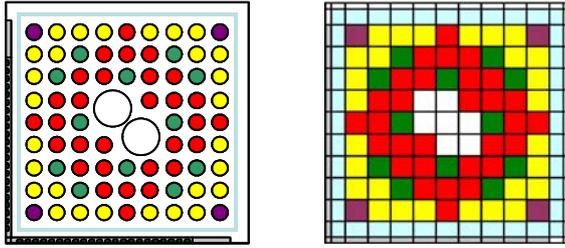
#### 5.3.2 計算過程

計算に用いた体系は 3、4 章で用いたものと同じ高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9 燃料集合体)と低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9 燃料集合体)から構成される 2×2 燃料集合体体系(HighLow 体系)と、MOX 燃料集合体(10×10 燃料集合体)と  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9 燃料集合体)から構成される 2×2 燃料集合体(MOX  $\text{UO}_2$  体系)の二種類である。

図 5.7 及び図 5.8 に高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体と低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体の単一集合体体系における幾何形状及びその濃縮度分布を、図 5.9 に 2×2 燃料集合体体系の幾何形状をそれぞれ示した。また、図 5.10 及び図 5.11 に 10×10MOX 燃料集合体と 9×9 $\text{UO}_2$  燃料集合体の単一集合体体系における幾何形状及びその濃縮度分布を、図 5.12 に 2×2 燃料集合体体系の幾何形状をそれぞれ示した。

有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法それぞれの計算には自作の計算コードを用いた。また、非均質体系の計算及び収束条件等は 3、4 章と同一のものを用いた。

### 高濃縮 $\text{UO}_2$ 集合体 (GE11)



非均質体系

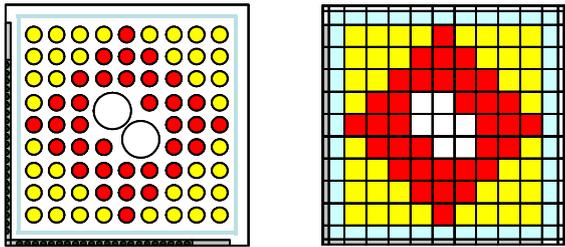
均質体系

高濃縮 $\text{UO}_2$ 燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	$^{235}\text{U}$ 濃縮度[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
	4.5%	10.5	0.0%	30
	3.5%	10.5	0.0%	28
	2.0%	10.5	0.0%	4
	4.5%	10.4	4.0%	12
平均濃縮度[wt%]:4.0%				

図 5.7 高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

### 低濃縮 $\text{UO}_2$ 集合体 (GE11)



非均質体系

均質体系

低濃縮 $\text{UO}_2$ 燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	$^{235}\text{U}$ 濃縮度[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
	1.2%	10.5	0.0%	34
	0.7%	10.5	0.0%	74
平均濃縮度[wt%]:0.94%				

図 5.8 低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

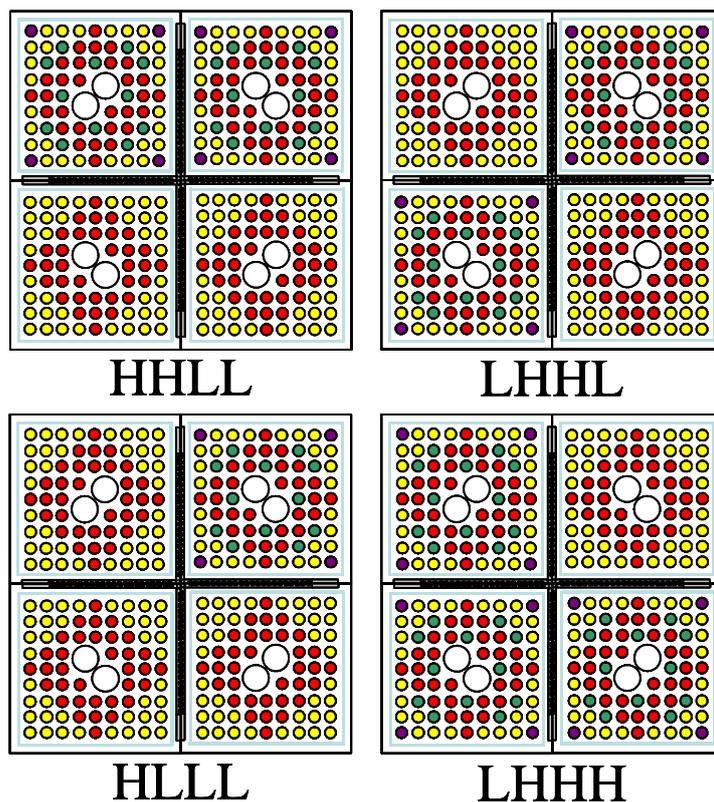
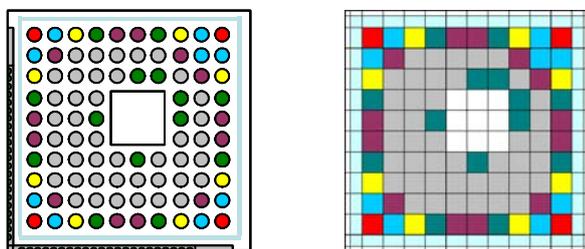


図 5.9 比較に用いた 2×2 燃料集合体体系の幾何形状(HighLow 体系)

10×10 MOX燃料集合体 (Atrium 10)



非均質体系

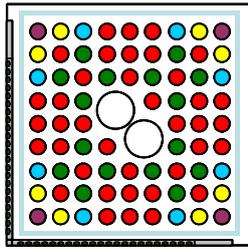
均質体系

MOX燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

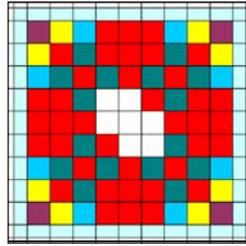
	<sup>235</sup> U濃縮度[wt%]	Pu-f[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
■	0.2%	10.2%	10.0	0.0%	43
■	0.2%	7.7%	10.0	0.0%	13
■	0.2%	6.4%	10.0	0.0%	8
■	0.2%	3.8%	10.0	0.0%	9
■	0.2%	2.6%	10.0	0.0%	4
■	3.5%	0.0%	9.8	4.0%	14

図 5.10 10×10MOX 燃料集合体の幾何形状と濃縮度分布

### 9×9 UO<sub>2</sub>燃料集合体 (GE11)



非均質体系



均質体系

UO<sub>2</sub>燃料集合体中の各燃料ピンの濃縮度

	<sup>235</sup> U濃縮度[wt%]	Pu-f[wt%]	燃料密度[g/cc]	Gd密度[wt%]	ピン本数
	6.3%	0.0%	10.1	0.0%	38
	5.0%	0.0%	10.1	0.0%	8
	4.0%	0.0%	10.1	0.0%	8
	3.0%	0.0%	10.1	0.0%	4
	5.0%	0.0%	9.8	6.0%	16

図 5.11 9×9UO<sub>2</sub>燃料集合体の幾何形状と濃縮度分布

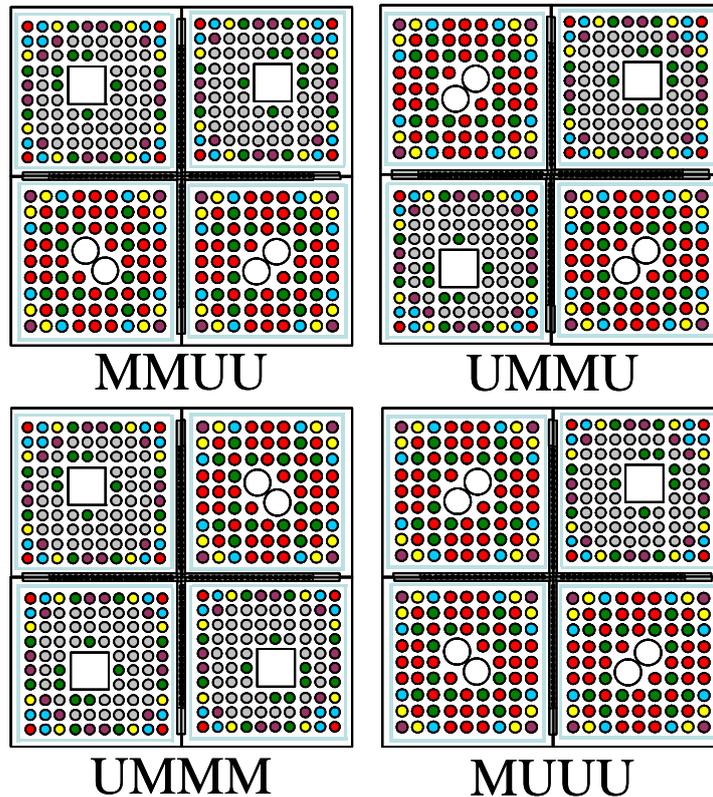


図 5.12 比較に用いた 2×2 燃料集合体体系の幾何形状 (MOXUO<sub>2</sub> 体系)

### 5.3.3 計算結果及び考察

表 5-2 に HighLow 体系の計算結果を、表 5-3 に MOXUO<sub>2</sub> 体系の計算結果をそれぞれ示した。また、図 5.13、図 5.14 に HLLL 体系におけるメッシュ分割数を変化させたときの各空間離散化法の MOC との差異を、図 5.15、図 5.16 に UMMM 体系におけるメッシュ分割数を変化させたときの各空間離散化

法の MOC との差異をそれぞれ示した。なお、図表中の FD、NODE、SSS の表記はそれぞれ有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法で計算した結果を示している。また、3 章、4 章と同様に図中に示されている燃料集合体は図 5.9、図 5.12 に示されている 2×2 燃料集合体体系の右上の燃料集合体の結果で、燃料棒出力分布の差異は集合体ごとに規格化して比較している。

以下に計算結果についてまとめる。

#### HighLow 体系

- ・ 表 5-2 に示されるように、多項式解析的ノード法+SSS 法を用いることで高い計算精度が得られることが分かった。しかし、有限差分法と多項式解析的ノード法での計算精度を比較すると、前節の PWR に適用した場合に比べ、そこまで大きな違いは見られなかった。前節で示したように、多項式解析的ノード法の方が有限差分法に比べて計算精度が良い場合が多い。そのため、有限差分法ではメッシュ誤差と SP3 法を用いることによる誤差が打ち消し合っている可能性がある。
- ・ また、BWR 燃料集合体は中央にウォーターロッドがあることや、集合体境界にウォーターギャップがあることなどから PWR 燃料集合体に比べメッシュ誤差が大きい。本研究で用いた多項式解析的ノード法はメッシュ内の中性子源分布が一定であると仮定している。この仮定は PWR 燃料集合体のようにメッシュ誤差が小さな体系では高い計算精度を示すが、BWR 燃料集合体のようにメッシュ誤差の大きな体系ではうまく成立せず、十分な計算精度が得られないと考えられる。
- ・ それらに対し SSS 法を適用した場合には、中性子源の効果を低減し、メッシュ誤差を低減することが出来るため、高い計算精度が得られると考えられる。
- ・ 表 5-2 から、どの空間離散化法の場合も、SPH 法を用いることで高い計算精度が得られる。

#### MOXUO<sub>2</sub> 体系

- ・ 表 5-2 に示されるように、HighLow 体系と同様に MOXUO<sub>2</sub> 体系においても多項式解析的ノード法+SSS 法を用いることで高い計算精度を得られることが分かった。
- ・ 図 5.16 のように、有限差分法の方が多項式解析的ノード法+SSS 法の結果に比べ燃料棒出力分布の計算精度が高くなっている場合もある。しかし、実効増倍率を見ると解析的ノード法+SSS 法の方が有限差分法に比べて計算精度が高い。また表 5-4 に示すようにメッシュサイズを詳細にした場合に有限差分法の計算精度が悪化している。このことから有限差分法での燃料棒出力分布の計算精度はメッシュ誤差とメッシュ誤差以外の誤差が打ち消し合って見かけ上高い計算精度が得られていると考えられる。
- ・ MOXUO<sub>2</sub> 体系ではメッシュ不整合領域が存在しているが、そのような体系においても多項式解析的ノード法+SSS 法を用いることで高い計算精度が得られることが分かった。

以上のことから BWR における燃料棒単位詳細メッシュ炉心計算手法に多項式解析的ノード法+SSS 法を用いることで少ないメッシュ分割数で高い計算精度が得られると期待できる。

表 5-2 HighLow 体系における各計算手法の計算精度比較 (1×1)

制御棒	体系	計算手法	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC 参照解	均質体系		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	HLLL	FD	0.7834	0.7643	2.473%	-0.026%	2.00%	0.32%	4.31%	-1.74%	
		Node	0.7645	0.7449	0.7647	-2.559%	0.034%	2.67%	0.51%	5.88%	1.70%
		SSS		0.7528	0.7645	-1.523%	0.007%	1.93%	0.22%	4.63%	0.80%
	LHLL	FD		0.7790	0.7610	2.345%	-0.031%	2.11%	0.46%	4.47%	-1.74%
		Node	0.7612	0.7428	0.7619	-2.420%	0.092%	2.64%	0.50%	5.49%	1.19%
		SSS		0.7506	0.7615	-1.394%	0.038%	1.88%	0.29%	4.36%	0.79%
	LHHH	FD		0.8111	0.7885	2.848%	-0.014%	1.99%	0.33%	4.61%	1.31%
		Node	0.7887	0.7663	0.7889	-2.832%	0.037%	0.87%	0.44%	-3.47%	-1.06%
		SSS		0.7743	0.7888	-1.815%	0.012%	1.25%	0.17%	-4.04%	-0.45%
	HLLL	FD		0.7484	0.7344	1.876%	-0.028%	1.91%	0.46%	4.19%	-1.68%
		Node	0.7346	0.7192	0.7350	-2.103%	0.047%	2.80%	0.56%	6.01%	1.25%
		SSS		0.7270	0.7347	-1.046%	0.014%	1.93%	0.29%	4.50%	0.74%
非挿入	HLLL	FD		1.0066	0.9931	1.261%	-0.092%	1.65%	0.88%	-4.12%	-1.97%
		Node	0.9940	0.9801	0.9948	-1.402%	0.075%	2.11%	0.63%	5.08%	1.60%
		SSS		0.9838	0.9943	-1.032%	0.021%	2.01%	0.16%	3.95%	0.55%
	LHLL	FD		1.0087	0.9951	1.211%	-0.148%	1.52%	1.08%	3.56%	-2.21%
		Node	0.9966	0.9825	0.9976	-1.411%	0.102%	1.95%	0.64%	4.70%	1.59%
		SSS		0.9865	0.9970	-1.018%	0.038%	1.98%	0.17%	3.76%	0.43%
	LHHH	FD		1.0273	1.0075	1.886%	-0.073%	1.21%	0.96%	3.32%	2.86%
		Node	1.0083	0.9879	1.0088	-2.018%	0.056%	0.86%	0.75%	-2.58%	-2.39%
		SSS		0.9944	1.0085	-1.374%	0.020%	0.63%	0.27%	2.03%	-0.62%
	HLLL	FD		0.9831	0.9772	0.509%	-0.093%	1.75%	1.18%	3.92%	-3.05%
		Node	0.9781	0.9714	0.9788	-0.687%	0.078%	2.03%	0.80%	4.79%	2.50%
		SSS		0.9720	0.9783	-0.626%	0.024%	2.02%	0.18%	3.76%	0.42%

FD: 有限差分法、Node: 多項式解析的ノード法、SSS: 多項式解析的ノード法+SSS法

表 5-3 MOXUO<sub>2</sub> 体系における各計算手法の計算精度比較 (1×1)

制御棒	体系	計算手法	無限増倍率					燃料棒出力分布			
			非均質体系 MOC 参照解	均質体系		誤差		RMS		最大誤差	
				NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
挿入	MMUU	FD	0.91493	0.90534	0.996%	-0.053%	2.08%	0.19%	4.89%	-0.94%	
		Node	0.90582	0.89193	0.90560	-1.557%	-0.025%	2.23%	0.20%	-8.94%	0.85%
		SSS		0.89419	0.90549	-1.300%	-0.037%	1.13%	0.14%	-3.95%	0.68%
	UMMU	FD		0.91441	0.90417	1.046%	-0.074%	2.01%	0.27%	-4.68%	-1.28%
		Node	0.90484	0.89006	0.90469	-1.660%	-0.016%	2.30%	0.20%	-8.05%	0.72%
		SSS		0.89268	0.90449	-1.362%	-0.039%	1.18%	0.18%	-3.73%	-0.78%
	UMMM	FD		0.92958	0.92480	0.486%	-0.029%	2.04%	0.27%	-4.11%	-1.07%
		Node	0.92506	0.91564	0.92504	-1.030%	-0.002%	2.59%	0.33%	5.67%	-1.25%
		SSS		0.91599	0.92494	-0.990%	-0.013%	2.03%	0.28%	3.89%	-1.10%
	MUUU	FD		0.89968	0.88428	1.655%	-0.057%	2.29%	0.29%	4.94%	-1.46%
		Node	0.88479	0.86538	0.88456	-2.243%	-0.025%	2.35%	0.22%	-8.26%	0.72%
		SSS		0.87017	0.88444	-1.680%	-0.039%	1.22%	0.19%	-4.35%	-0.75%
非挿入	MMUU	FD		1.09118	1.08266	0.792%	0.011%	1.50%	0.22%	-3.88%	-0.74%
		Node	1.08253	1.06939	1.08268	-1.229%	0.014%	2.41%	0.32%	-5.51%	1.02%
		SSS		1.07199	1.08249	-0.984%	-0.005%	0.84%	0.20%	1.77%	0.57%
	UMMU	FD		1.08179	1.08206	0.000%	0.024%	1.57%	0.32%	-3.63%	-0.73%
		Node	1.08179	1.06875	1.08204	-1.221%	0.023%	2.45%	0.33%	-5.08%	0.98%
		SSS		1.07119	1.08168	-0.990%	-0.010%	0.82%	0.21%	1.94%	0.44%
	UMMM	FD		1.09198	1.08837	0.343%	0.013%	1.84%	0.33%	-4.03%	0.84%
		Node	1.08823	1.08092	1.08837	-0.676%	0.013%	2.20%	0.47%	5.05%	-1.81%
		SSS		1.08068	1.08819	-0.698%	-0.004%	2.14%	0.41%	-4.04%	-1.57%
	MUUU	FD		1.09034	1.07663	1.269%	0.012%	1.57%	0.32%	-3.93%	-0.74%
		Node	1.07650	1.05693	1.07664	-1.852%	0.013%	2.56%	0.41%	-6.11%	1.59%
		SSS		1.06270	1.07645	-1.299%	-0.005%	0.88%	0.26%	1.86%	0.92%

FD: 有限差分法、Node: 多項式解析的ノード法、SSS: 多項式解析的ノード法+SSS法

表 5-4 UMMM 体系、制御棒非挿入時におけるメッシュ分割数と各計算手法の計算精度

計算手法	メッシュ分割数	無限増倍率					燃料棒出力分布			
		非均質体系 MOC 参照解	均質体系 有限差分法		誤差		RMS		最大誤差	
			NoSPH	SPH	(NoSPH-Ref)/Ref	(SPH-Ref)/Ref	NoSPH	SPH	NoSPH	SPH
FD	1×1	1.08823	1.09198	1.08837	0.343%	0.013%	1.84%	0.33%	-4.03%	0.84%
	2×2		1.08485	1.08826	-0.312%	0.003%	1.11%	0.20%	-3.63%	-0.85%
	4×4		1.08081	1.08821	-0.687%	-0.001%	2.03%	0.31%	-5.10%	-1.04%
Node	1×1		1.08092	1.08837	-0.676%	0.013%	2.20%	0.47%	5.05%	-1.81%
	2×2		1.07954	1.08824	-0.805%	0.001%	2.10%	0.40%	4.05%	-1.41%
	4×4		1.07880	1.08820	-0.874%	-0.003%	2.42%	0.37%	-5.40%	-1.20%
SSS	1×1		1.08068	1.08819	-0.698%	-0.004%	2.14%	0.41%	-4.04%	-1.57%
	2×2		1.07991	1.08819	-0.770%	-0.003%	2.21%	0.38%	-4.71%	-1.29%
	4×4		1.07894	1.08819	-0.861%	-0.003%	2.45%	0.36%	-5.71%	-1.16%

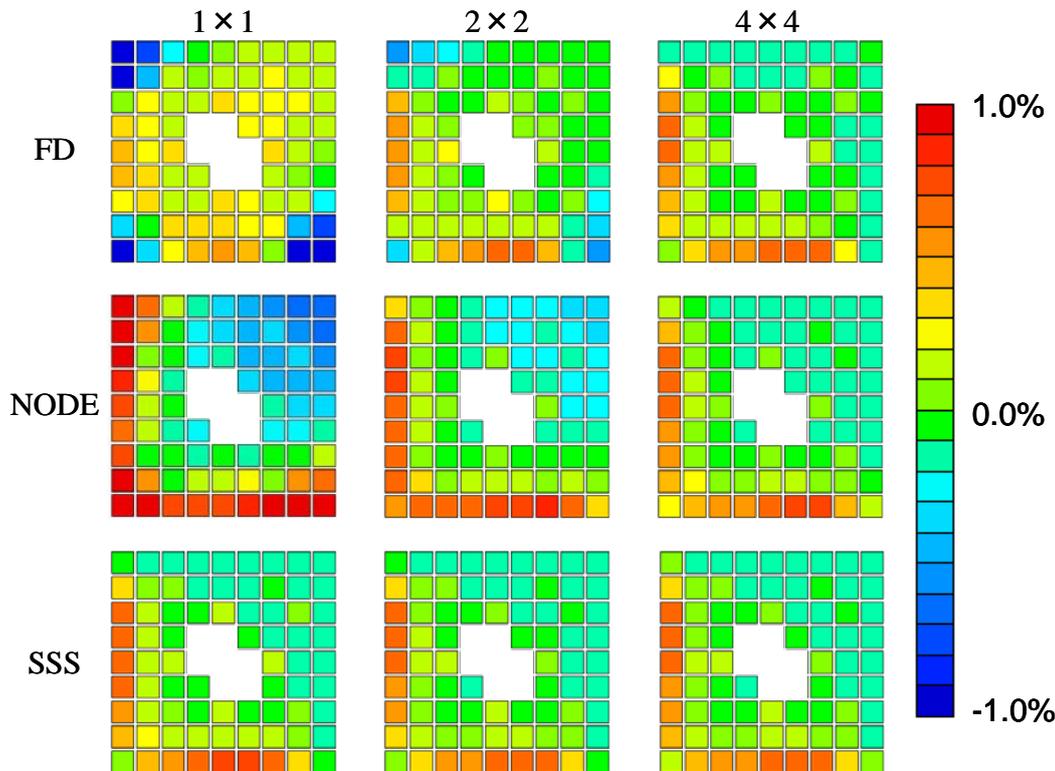


図 5.13 HLLL 体系における各空間離散化手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異 (制御棒挿入、SPH 法適用)

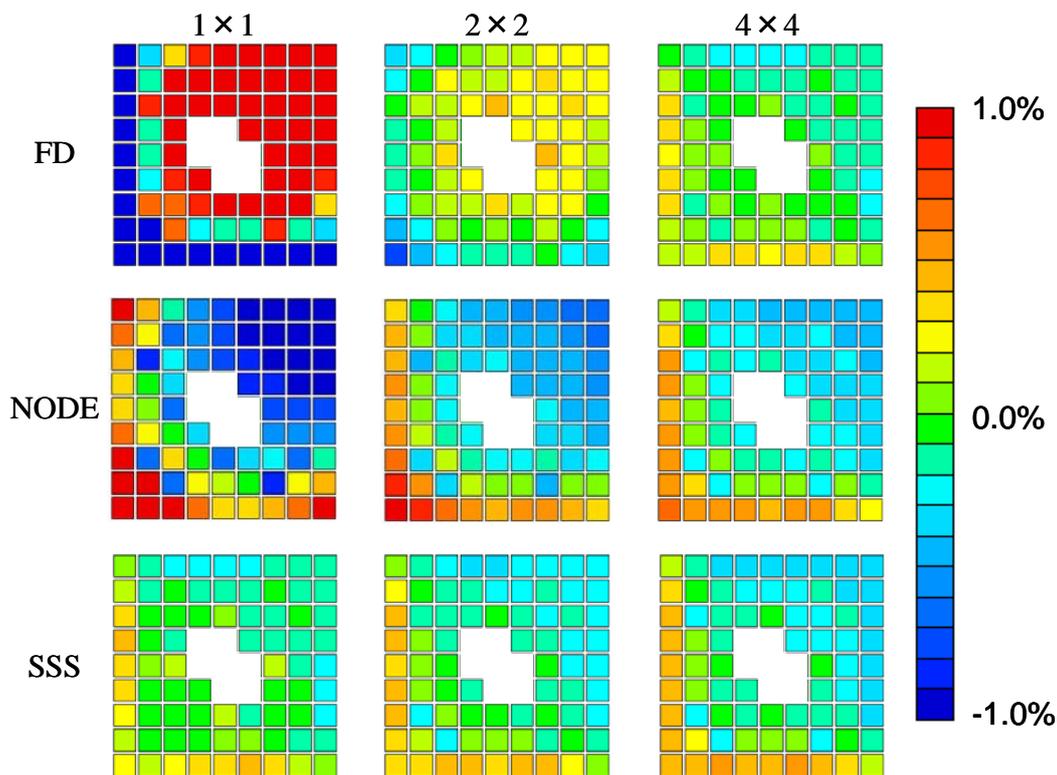


図 5.14 HLLL 体系における各空間離散化手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(制御棒非挿入、SPH 法適用)

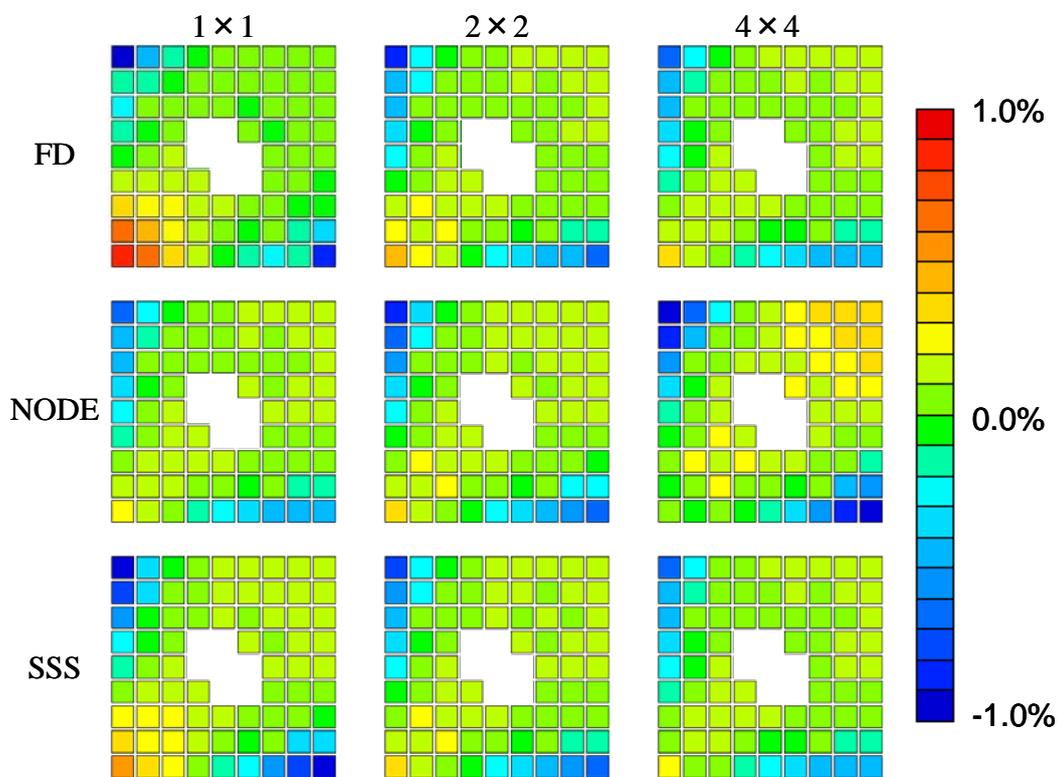


図 5.15 MUUU 体系における各空間離散化手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(制御棒挿入、SPH 法適用)

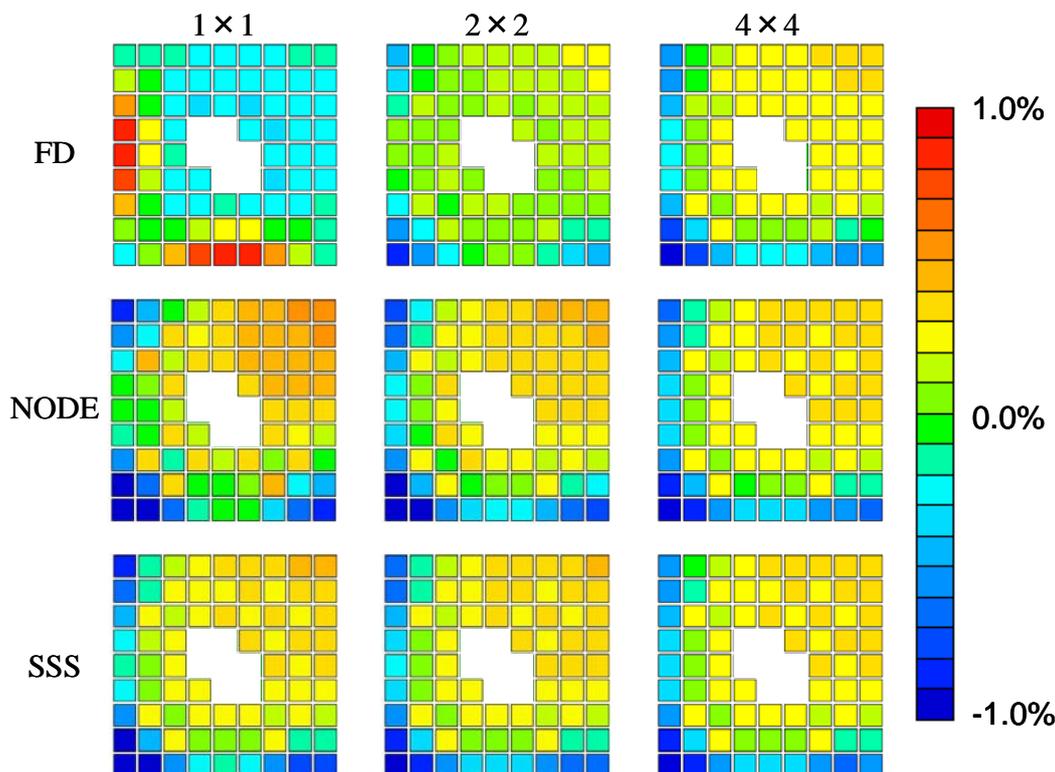


図 5.16 MUUU 体系における各空間離散化手法での燃料棒出力分布の非均質体系との差異  
(制御棒非挿入、SPH 法適用)

## 5.4 まとめ

BWR における燃料棒単位詳細メッシュ炉心計算手法におけるメッシュ誤差を低減させることを検討した。従来用いていた有限差分法に加え、多項式解析的ノード法及び多項式解析的ノード法+SSS法を用い、それぞれの計算精度を比較した。

計算体系には高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9)及び低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9)からなる 2×2 燃料集合体体系と、MOX 燃料集合体(10×10)及び  $\text{UO}_2$  燃料集合体(9×9)からなる 2×2 燃料集合体体系の二つのケースにおいて計算を行った。

その結果、どちらのケースにおいても多項式解析的ノード法+SSS法を用いることで高い計算精度が得られることが分かった。また、多項式解析的ノード法を用いた場合の計算精度は有限差分法に比べて大きな差異がないことが分かった。これは PWR での結果と異なっており、この結果は BWR 燃料集合体が PWR 燃料集合体に比べメッシュ誤差が大きいために起こるものと考えられる。

このことから BWR における燃料棒単位詳細メッシュ炉心計算手法に SP3 法の多項式解析的ノード法+SSS法を用いることで高い計算精度が得られることが期待できる。

## 6. 計算コードの三次元化

---

### 6.1 目的

前章までは軸方向にはメッシュ不整合領域が存在しないことや、メッシュ誤差の低減などの検討は二次元で実施することが出来るなどのことから二次元体系において検討を行ってきた。しかし 1 章で述べたように、BWR では部分長燃料が入った燃料集合体が炉心に装荷されていることや、軸方向にボイド率分布が存在するなどのことから、炉心解析には三次元における取り扱いが必要不可欠ある。そこで本章では 3 章～5 章の結果を踏まえて三次元計算コード SUBARU を作成し、計算時間や計算精度について検証を行った。

また、三次元計算では軸方向のノード数に比例して計算コストが大きくなる。実際の炉心計算では軸方向を多くのノードに分割している。例えば軸方向を 26 ノードに分割する場合、単純計算で二次元炉心計算に比べて計算コストが 20 倍以上必要となる。また、三次元計算では軸方向の中性子束の変化を考慮しなければならないため、計算がより複雑になり、実際に必要な計算コストはさらに増大する場合もある。

前章までは加速法を用いることなく計算を行ってきた。加速法を用いない場合、二次元炉心体系ですら長い計算時間が必要となる。そのため、三次元体系で計算するためには高速化が重要となってくる。そこで 1 章に述べたように本研究では加速法として GCMR 法<sup>[16]</sup>を適用し、その効果を検討した。本研究では SUBARU が正しく計算出来ているかどうかの確認や加速法の効果の検証に、IAEA3D ベンチマーク<sup>[30]</sup>を用いた。

IAEA3D ベンチマークの体系は PWR 炉心である。本研究で対象としている炉心は BWR であり、BWR 炉心でも同様のベンチマーク問題を用いて BWR 炉心に対する計算精度を検証する必要がある。しかし、BWR では公開ベンチマーク問題は非常に少なく、本計算コードの計算精度検証に適したベンチマーク問題が見つからなかった。そこで仮想的な ABWR 炉心を作成し、三次元体系の計算時間及び二次元体系での計算精度について検証を行った。なお、二次元体系での計算精度はセル非均質の MOC の結果と比較することで検証を行った。

### 6.2 IAEA3Dベンチマークを用いたSUBARUの性能評価

#### 6.2.1 計算体系

IAEA3D ベンチマーク問題は燃料集合体が 177 体装荷された PWR 炉心である。軸方向は 380cm で、20cm ずつの 19 ノードに分割され、上下 1 ノードが反射体である。177 体のうち、9 体は炉心下部まで制御棒が挿入され、4 体は炉心上部から 80cm まで制御棒が挿入されている。また、炉心の外周は反射体で覆われており、集合体及び反射体一体は径方向の一辺が 20cm である。

実際に計算を行った体系は 1/4 炉心である。1/4 炉心の体系図を図 6.1 に、IAEA3D ベンチマークで用いる物質の断面積を表 6-1 にそれぞれ示した。

表 6-1 に示されるように、IAEA3D ベンチマークはエネルギー群数が 2 群で、外周部は真空境界条件である。なお、本研究では集合体内を径方向 1cm×1cm、軸方向 20cm のメッシュに分割して計算を行った。

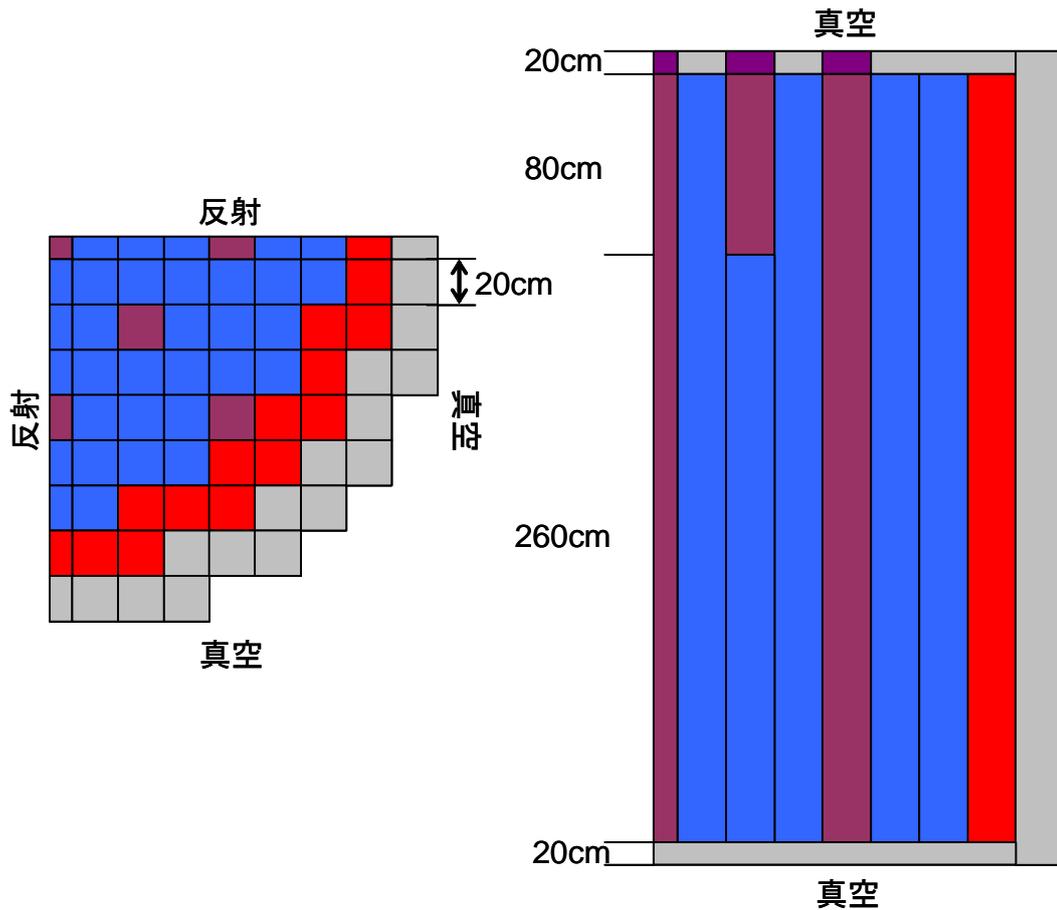


図 6.1 IAEA3D ベンチマークの幾何形状

表 6-1 IAEA3D ベンチマークで用いる物質及びその断面積

物質名	D	断面積			
		$\Sigma_a$	$\nu \Sigma_f$	$\Sigma_{s1 \rightarrow 2}$	
燃料1	1群	1.500	0.010	0.000	0.020
	2群	0.400	0.085	0.135	
燃料1+制御棒	1群	1.500	0.010	0.000	0.020
	2群	0.400	0.130	0.135	
燃料2	1群	1.500	0.010	0.000	0.020
	2群	0.400	0.080	0.135	
反射体	1群	2.000	0.000	0.000	0.040
	2群	0.300	0.010	0.000	
反射体+制御棒	1群	2.000	0.000	0.000	0.040
	2群	0.300	0.055	0.000	

### 6.2.2 三次元Pin-by-pin計算コードの妥当性評価

SUBARU が正しく計算出来ているかどうかを確認するために、既存の三次元拡散計算コードを用いた場合の計算結果と比較した。比較に用いた三次元拡散計算コードは応答行列法ではなく通常の中性子束を用いる計算する手法を用いており、加速法として CMFD 加速法を用いている。収束条件は実効増倍率が  $5.0 \times 10^{-6}$ 、中性子束が  $5.0 \times 10^{-5}$  である。SUBARU は後退加速因子  $\omega = 0.7$  とし、GCMR 法の

他に改良 GCMR 法の二つの場合について計算を行った。なお、三次元拡散コード、SUBARU とともに粗メッシュ拡散計算の間隔は 4 回とした。

表 6-2 に SUBARU と三次元拡散計算コードの結果を示す。表 6-2 を見れば分かるように、SUBARU と三次元拡散計算コードが同じ値に収束していることが分かる。このことから、拡散計算では正しく計算出来ていることが分かった。しかし、GCMR 法、改良 GCMR 法共に外部反復回数は二倍以上多くかかっており、応答行列法では GCMR 法を適用しても十分な収束性を得ることが出来ていない。このことから応答行列法を用いた場合、GCMR 法の効果が低下することが分かった。そのため、より計算時間が短縮される加速法の検討が求められる。

SP3 法に関しては使用可能な既存の三次元 SP3 法計算コードがなかったため、三次元 SP3 法計算コードとの計算結果の比較は行っていないが、拡散計算の計算結果と近い計算結果が得られていること、また三次元計算のアルゴリズムは拡散計算とほぼ同じことなどから、SP3 法においても正しく計算出来ていると考えられる。なお、二次元体系においては前章までに用いた計算コードと計算結果を比較することでその妥当性を検証した。

表 6-2 既存コードとの比較

	実効増倍率	外部反復回数
三次元拡散コード	1.0291036	21
SUBARU GCMR法	1.0290936	51
改良GCMR法	1.0290937	46

### 6.2.3 三次元Pin-by-pin計算の計算時間短縮化のための工夫

SUBARU は計算時間の短縮を行うために様々な工夫を行っている。そこでそれらの工夫について説明し、実際にどの程度の効果があるのかについて説明を行っていく。なお、以降の説明で加速法の効果が分かりやすいように計算時間についても言及してあるが、計算機の違いなどによって計算時間に若干の差異があることに注意して頂きたい。

#### GCMR法の式の形状と収束性

表 6-2 に示したように、GCMR 法と改良 GCMR 法では外部反復回数が異なっている。そこで GCMR 法と改良 GCMR 法の違いについて説明する。(2.101)式の GCMR 法の式をそのまま利用した場合、(2.110)式の GCMR 法を改良した場合とでどれほど収束性に違いがあるのか検証する。計算体系は IAEA-3D ベンチマーク体系で、GCMR 因子  $\alpha$  は

$$\alpha = \frac{2D_{CM}}{h} \tag{6.1}$$

とした。(6.1)式の条件では CMFD 法と同一の式になっている。また、計算式以外は次に示すように全て同じ条件で計算を行った。

輸送計算手法	:	SP3 法
空間離散化手法	:	多項式解析的ノード法+SSS 法
収束条件 (keff)	:	$1.0 \times 10^{-6}$
収束条件 (flux)	:	$1.0 \times 10^{-5}$
粗メッシュ拡散計算の間隔	:	詳細メッシュ輸送計算 3 回ごとに
後退加速因子 $\omega$	:	0.7

表 6-3 に GCMR 法で計算した場合と、改良 GCMR 法を用いた場合での外部反復回数と実効増倍率を示した。また、図 6.2 にそれぞれの場合での外部反復回数と中性子束の収束の関係を示した。

表 6-3 に示されるように、SP3 法を適用した場合、拡散計算の場合とは異なり、GCMR 法と改良 GCMR 法には外部反復回数に差異は見られなかった。また、図 6.3 に示したように中性子の収束は外部反復の初期では GCMR 法と改良 GCMR 法に違いが見られるが、外部反復回数が 40 回程度からは両者の傾向に差異は見られなかった。

そこでこの結果が他の体系で計算を行った場合でも同様の結果となるのか検証するために、図 6.1 と同じ幾何形状で、燃料及び反射体を全て燃料 1 とした体系についても計算を行った。計算条件は IAEA3D ベンチマークを計算した場合と同様である。

表 6-4 に GCMR 法で計算した場合と、改良 GCMR 法を用いた場合での外部反復回数と実効増倍率を示した。また、図 6.4 にそれぞれの場合での外部反復回数と実効増倍率の関係を、図 6.5 に外部反復回数と中性子束の収束の関係についてそれぞれ示した。

表 6-4 に示されるように、IAEA3D ベンチマーク体系の時は違いが見られなかったが、燃料及び反射体を全て燃料 1 とした体系では改良 GCMR 法を用いることで収束性が大幅に向上していることが分かった。また、図 6.4 に示されるように、GCMR 法を用いた場合では外部反復初期に収束が一定ではなく振動しているが、改良 GCMR 法を用いた場合では順調に収束していることが分かる。さらに、図 6.4 に示されるように、GCMR 法では実効増倍率と同様に中性子束の収束も振動している。なお、振動が外部反復三回おきに起こっているのは、GCMR 法の適用を外部反復回数三回ごとに行っているからである。改良 GCMR 法でもやや振動してはいるが、GCMR 法の式をそのまま利用した場合に比べて振幅は小さく、また収束性も向上していることが分かる。

これらのことから、体系によって改良 GCMR 法を適用することで大幅に収束性が向上する場合があることが分かった。IAEA3D ベンチマークの体系でも GCMR 法と改良 GCMR 法の収束性にそれほど差異が見られないことから、加速法には改良 GCMR 法を適用した方がよいと考えられる。そこで本研究では以降の検討は改良 GCMR 法を用いて計算を行うものとする。

表 6-3 GCMR 法と改良 GCMR 法での収束性の違い (IAEA3D ベンチマーク)

	GCMR法	改良GCMR法
外部反復回数	87	87
計算時間(秒)	195	182
Keff	1.030571	1.030571

表 6-4 GCMR 法と改良版の収束性の違い (燃料 1 のみの場合)

	GCMR法	改良GCMR法
外部反復回数	75	36
計算時間(秒)	164	80
Keff	1.113534	1.113537

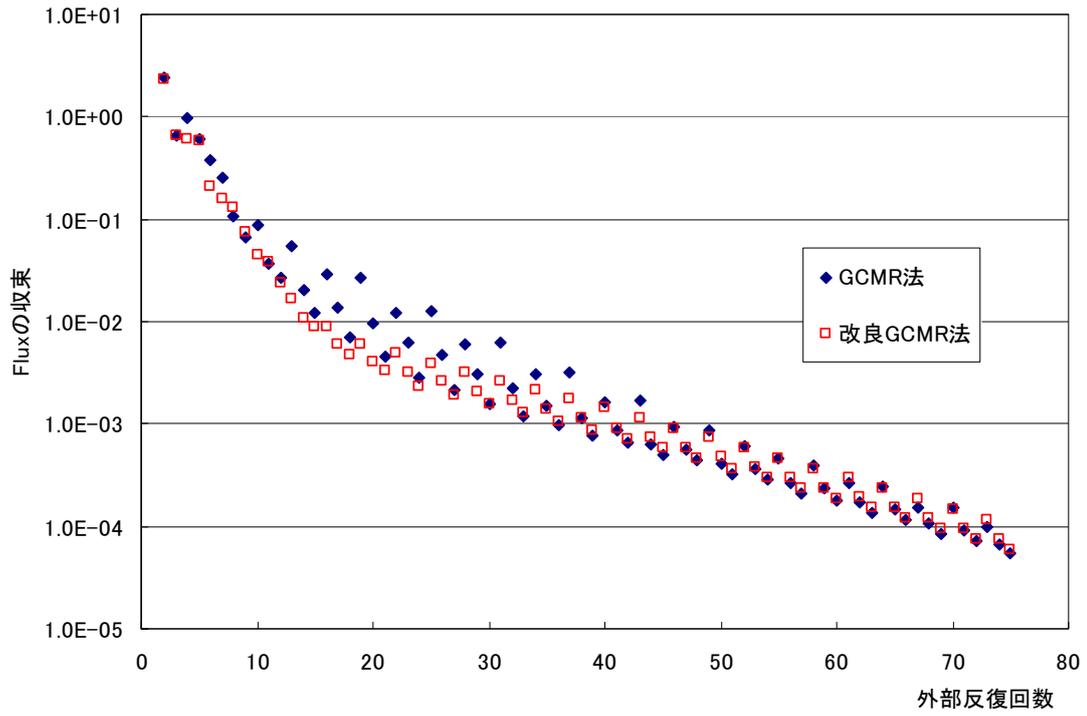


図 6.2 GCMR 法及び改良 GCMR 法での中性子束の収束性の差異 (IAEA3D ベンチマーク)

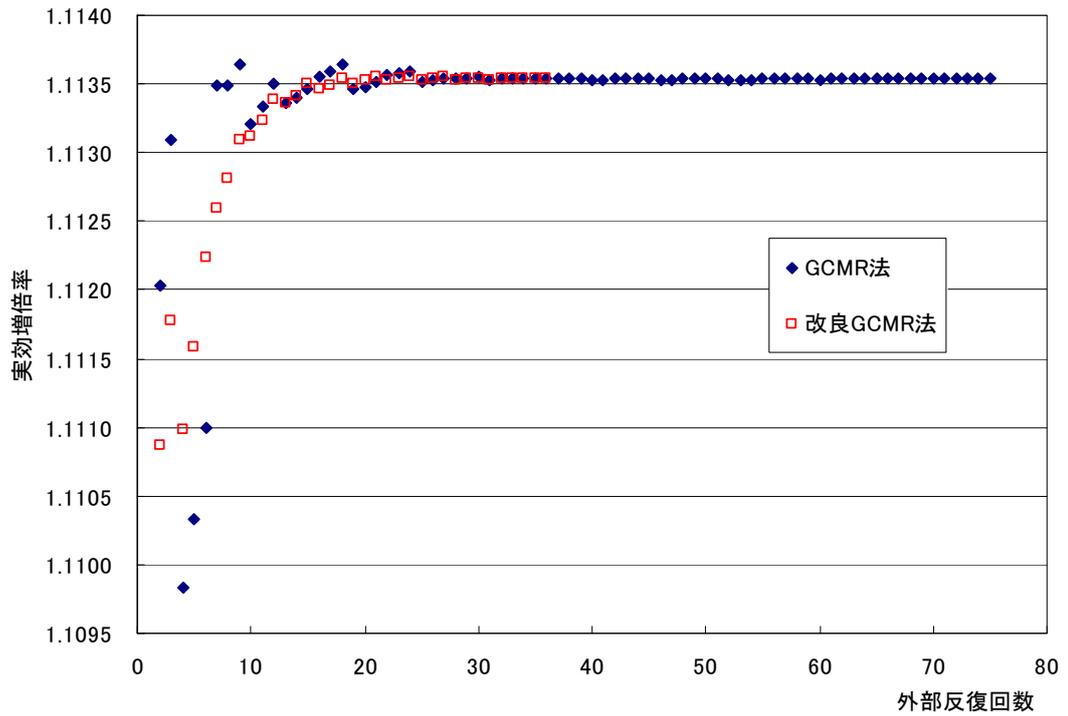


図 6.3 GCMR 法及び改良版での実効増倍率の収束性の差異 (燃料 1 のみの場合)

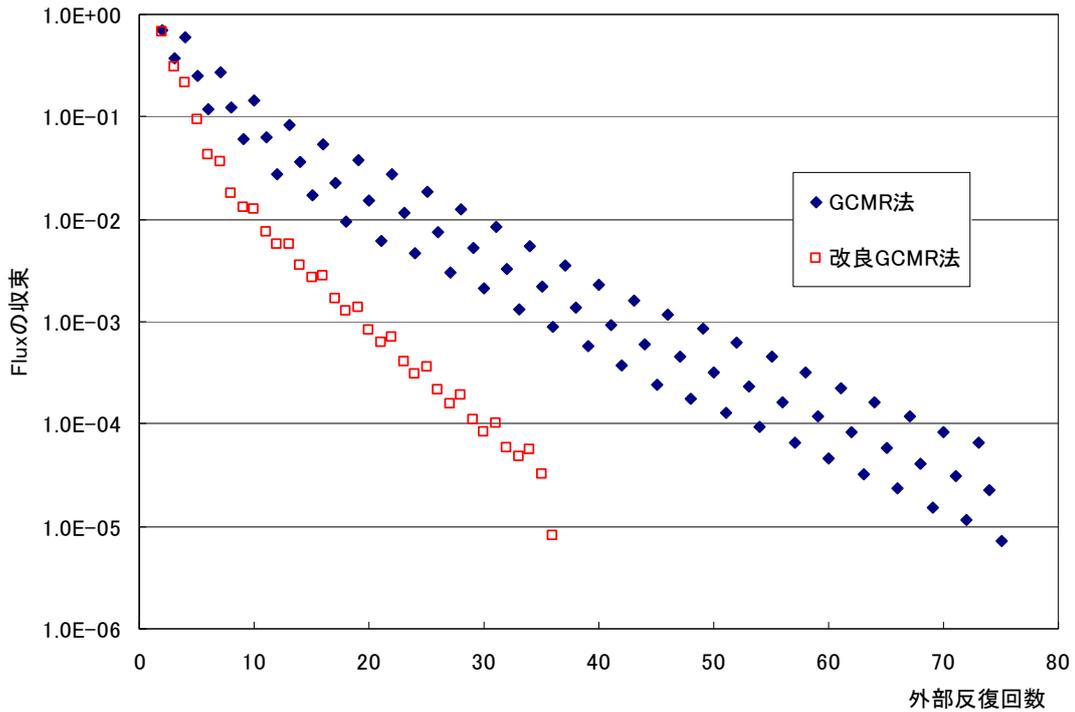


図 6.4 GCMR 法及び改良版での中性子束の収束性の差異 (燃料 1 のみの場合)

### GCMR法を適用することによる収束性の向上

6.1 節で GCMR 法を適用しない場合、非常に長い計算時間が必要だと述べた。また、3 章では加速法を適用しない場合、収束性が悪く、厳しい収束条件にしなければ十分な計算精度が得られないと述べた。そこで実際に加速法を適用しない場合と改良 GCMR 法を適用した場合とで反復回数にどの程度の違いが発生するのか、また加速法を適用しない場合は収束条件を厳しくしなければ十分な計算精度が得られないのかどうかについて検証を行った。

計算体系は IAEA3D ベンチマークで、輸送計算に SP3 法、空間離散化手法として多項式解析的ノード法+SSS 法を用いた場合について比較を行った。なお、改良 GCMR 法を用いた場合の中性子束の収束条件は  $1.0 \times 10^{-5}$  とした。

表 6-5 に収束回数及び計算時間と実効増倍率を示した。また、図 6.5 及び図 6.6 に外部反復回数と中性子束の収束を示した。表 6-5 に示されるように、中性子束の収束条件を同じ  $1.0 \times 10^{-5}$  の場合でも外部反復の回数が約 20 倍に増加し、計算時間も大幅に増加している。GCMR 法を適用した場合、粗メッシュ計算を行う必要があるため、外部反復一回当たりの計算時間はやや長くなるが、表 6-5 から粗メッシュ計算に必要な時間は十分短いことが分かる。

また、図 6.5 及び図 6.6 が示すように、改良 GCMR 法を適用した場合は片対数グラフで表すとほぼ直線状に収束していつているのに対し、改良 GCMR 法を適用しない場合、中性子束の収束が徐々に遅くなっていることが分かる。このことから、より収束条件を厳しく取ると、改良 GCMR 法を適用した場合と適用しない場合での外部反復回数、計算時間の差は拡大することが予想される。

計算精度の面で比較すると、改良 GCMR 法を用いた場合と同等の計算精度を得るためには中性子束の収束条件を  $1.0 \times 10^{-7}$  程度にしなければならないことが分かった。収束条件を  $1.0 \times 10^{-7}$  程度にした場合、計算時間は改良 GCMR 法を適用した場合に比べて約 50 倍となる。このように、三次元 Pin-by-pin 計算の実用化には加速法の適用が必要不可欠である。

また、丸め誤差の影響で収束条件  $1.0 \times 10^{-7}$  にすると、中性子束を単精度で計算した場合は計算が収束しなかった。図 6.5 でも外部反復回数が 3000 回程度になると中性子の収束が振動していることが分かる。このように加速法を適用しない場合、十分な計算精度を得るために収束条件を厳しくすると、単精度では収束しにくい場合がある。今回の体系では中性子の変化が小さいが、炉心外周部や制御棒領域で中性子束が非常に少なくなるような体系では中性子の収束判定における丸め誤差はさらに悪化することが予想される。特に BWR では十字型制御棒の領域や反射体領域で中性子束の落ち込みが大きい。そのため、BWR で GCMR 法などの加速法を用いずに全炉心計算を行う場合、倍精度での計算が必須になる可能性がある。中性子束を倍精度にして計算を行う場合、ほぼ倍のメモリー容量が必要となり、計算時間だけでなく、計算機容量の観点からも現実的ではない。このことから、少ないメモリー容量で高い計算精度を得るためには加速法の適用が重要である。

表 6-5 GCMR 法を適用しない場合の計算時間と計算精度

Flux収束条件	1.00E-05	1.00E-06	1.00E-07	1.00E-08	GCMR
外部反復回数	1680	3687	4248	5651	87
計算時間(秒)	3323	6999	11478	15099	215
Keff	1.030557	1.030568	1.030571	1.030571	1.030571

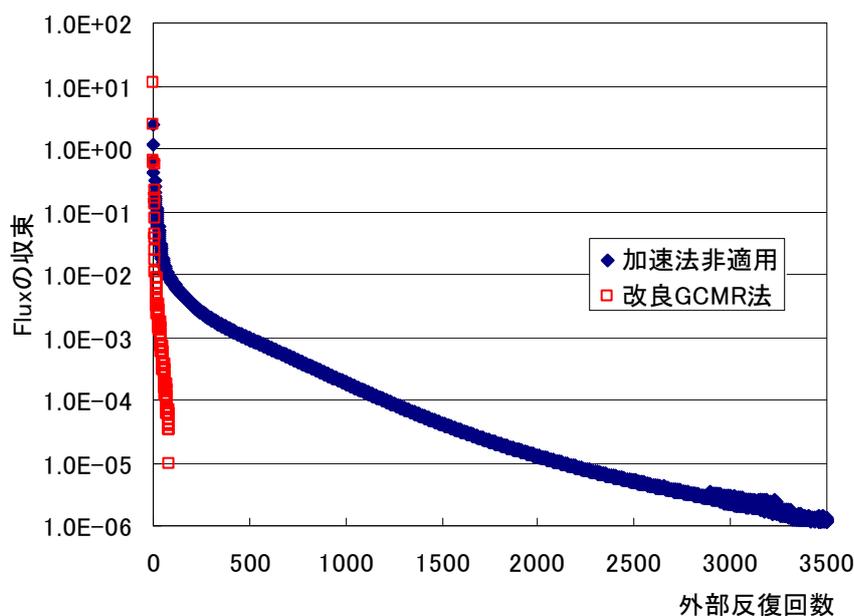


図 6.5 GCMR 法の適用の有無による中性子束の収束性の差異  
(外部反復回数 3500 回まで)

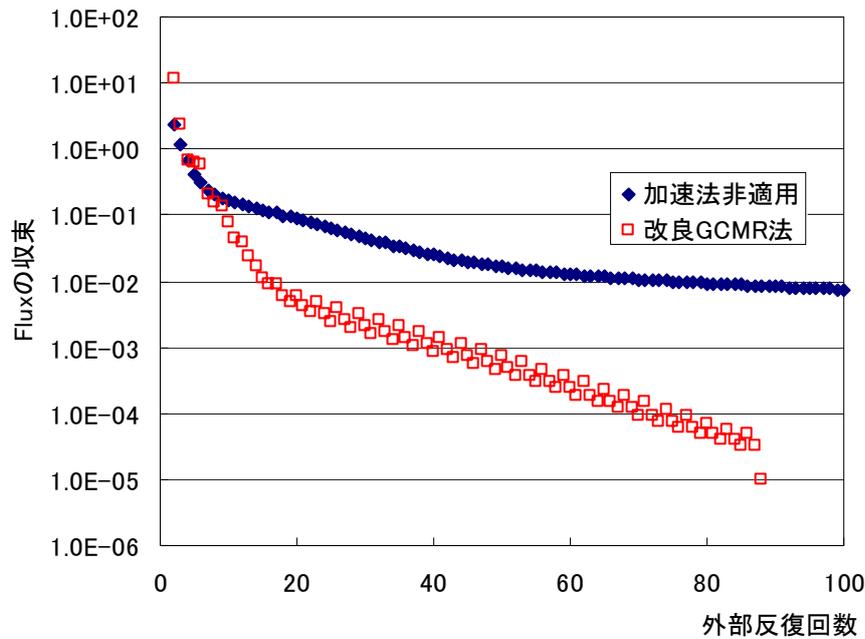


図 6.6 GCMR 法の適用の有無による中性子束の収束性の差異  
(外部反復回数 100 回まで)

### 粗メッシュ加速計算の間隔と収束性の関係

2章の GCMR 法の説明で述べたように、GCMR 法では数回の外部反復ごとに粗メッシュ拡散計算を行っている。GCMR 法では粗メッシュ拡散計算を行うことで詳細メッシュ計算の収束性を速めている。そのため、粗メッシュ加速計算の間隔を短くすれば短くするほど計算時間の短縮に繋がりそうであるが、実際にはそうではない。粗メッシュ拡散計算を行った後に詳細メッシュ計算を数回行ってある程度詳細メッシュ計算を収束させなければ、粗メッシュ拡散計算の結果が期待する値に収束しないからである。GCMR 計算では GCMR 計算を行う直前の時点での詳細メッシュ計算の結果を再現させる粗メッシュ拡散計算を行っている。従って、粗メッシュ拡散計算の結果を詳細メッシュ輸送計算に反映した後、詳細メッシュ輸送計算の収束が振動している状態や、実効増倍率や中性子束の収束が前回の外部反復の結果よりも悪化しているような収束性が不安定な状態で粗メッシュ拡散計算を行うと、不適切な詳細メッシュ輸送計算の結果を再現することになり、その結果収束性の悪化や計算の発散が起こる可能性がある。

粗メッシュ拡散計算の間隔がどの程度であれば適切なものか、実際に粗メッシュ拡散計算の間隔を変化させて外部反復計算の回数を比較した。計算条件は先ほどと同様で、今回は粗メッシュ拡散計算を行う間隔を 1 回、2 回、3 回、4 回、5 回、10 回とした場合についてそれぞれ計算を行った。計算条件は今までと同様で、加速法には改良 GCMR 法を用いた。

表 6-6 に計算結果を示した。また、図 6.7 に粗メッシュ拡散計算を行う間隔を 1 回、3 回、5 回、10 回とした場合の反復回数と中性子束の収束について示した。

表 6-6 で粗メッシュ拡散計算を行う間隔を 1 回とした場合、外部反復が 1000 回で収束したように見えるが、実際には中性子束が  $2.4 \times 10^{-5}$  近辺で振動し続け、収束条件を満たさなかった。また、図 6.7 から粗メッシュ拡散計算の間隔を 1 回とすると中性子の収束が非常に悪くなるのが分かった。このように、加速法を用いる場合、粗メッシュ拡散計算の間隔が短すぎると、かえって収束が悪化することがあることに注意しなければならない。

なお、図 6.7 で粗メッシュ計算の間隔を 5 回、10 回とした場合に定期的に中性子束の収束がやや悪化する点がみられるが、この点は粗メッシュ加速計算を行った直後の詳細メッシュ計算の結果である。粗メッシュ計算を行うと実効増倍率や中性子束が大きく変化するため、このように中性子束の収束がやや悪化しているように見える。これが粗メッシュ拡散計算の間隔を短くしすぎると収束性が悪化したり収束しなくなったりする要因である。

表 6-6 から、この体系では 2 回～3 回程度が適切な間隔であることが分かった。しかし、全ての体系で 2 回～3 回程度の間隔が最適な訳ではなく、体系が大きい場合や、粗メッシュ拡散計算を適用した直後の収束が不安定な場合は 4 回、5 回とやや広めの間隔を取らなければ収束しない場合もある。

表 6-6 粗メッシュ拡散計算の間隔と収束性

間隔	1	2	3	4	5	10
外部反復回数	1000	84	87	88	90	89
計算時間(秒)	2618	180	182	182	185	187
Keff	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571

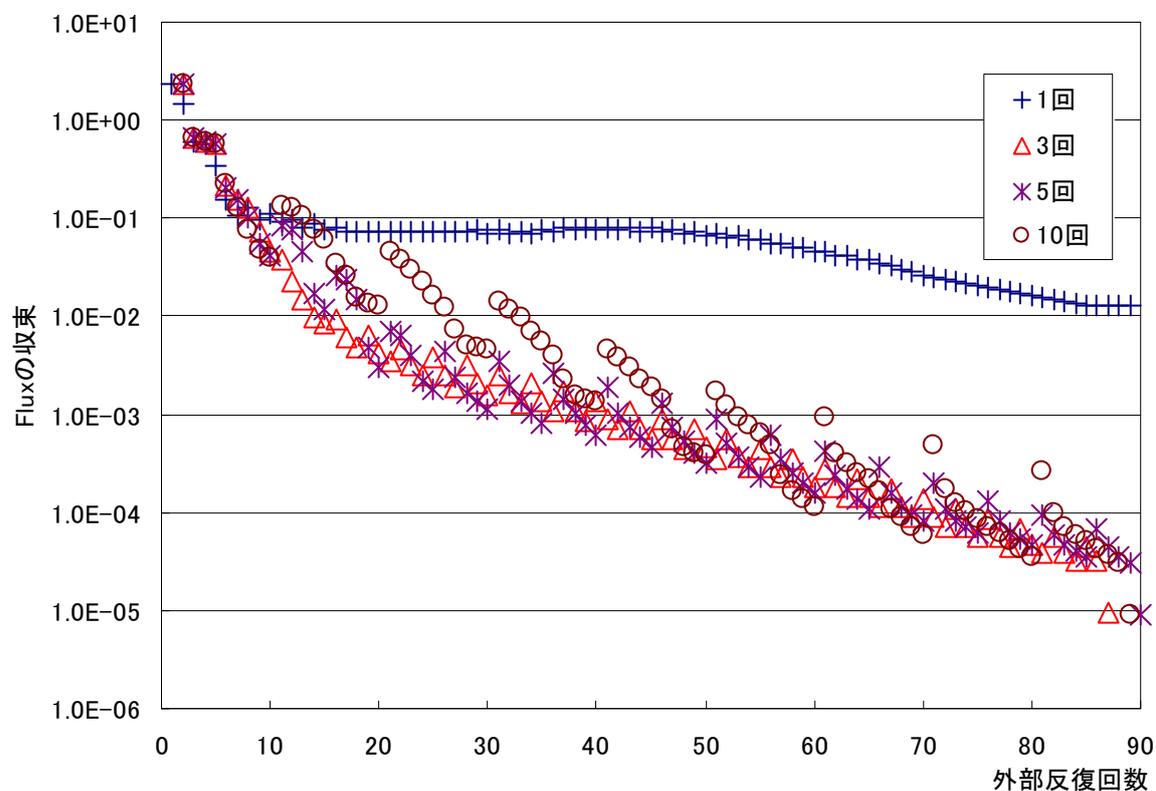


図 6.7 粗メッシュ拡散計算の間隔の違いによる中性子束の収束性の差異

### 加速因子の値と収束性の関係

2 章で述べたように、GCMR 法では加速因子  $\alpha$  を変化させることで収束性が変化する。そこで実際に加速因子  $\alpha$  を変更させることで収束性が向上するかどうか検討を行った。まず、 $\alpha$  は 2 章から

$$\alpha = k \cdot \frac{2}{h} D_{CM,g} \quad (6.2)$$

と書き表すことが出来る。ここで  $k$  は入力で与えられる定数、 $D_{CM,g}$  は粗メッシュにおけるエネルギー一群数  $g$  群の拡散係数である。GCMR 法は(6.2)式中の  $k$  を変化させることで収束性や安定性が変化する<sup>[31]</sup>。そこで実際に  $k$  を変化させて収束性がどのように変化するか調べた。計算体系、計算条件は今までの計算と同様で、粗メッシュ拡散計算の間隔を3回とした。

表 6-7 に(6.2)式中の  $k$  を変化させた場合の外部反復回数と収束時の実効増倍率を示した。GCMR 法では  $\alpha$  を変化させることで収束性や安定性が変化する<sup>[16],[31]</sup>。表 6-7 に示されるように IAEA3D ベンチマーク体系では、 $k$  が 0.8~1.0 程度の場合が最も収束性が良く、 $k$  を大きくすると収束性が悪化し、また  $k$  を 0.5 以下にすると解が収束しなくなった。

このように GCMR 法では GCMR 因子によって収束性が変化し、また体系によって最適な GCMR 因子は異なる。様々な体系を計算した結果、通常は(6.2)式の  $k=1.0$  程度とし、計算が収束しない場合は  $k$  を 1.0 よりも大きな値にするとよいと考えられる。

表 6-7 改良 GCMR 法を用いた場合の加速因子の変化と収束性

k	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
外部反復回数	150	87	87	90	93	96	96	102	111
計算時間(秒)	381	201	209	211	214	226	230	255	274
Keff	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030572	1.030573	1.030575

### 後退加速因子 $\omega$ の適用と収束性

2章で示したリバランス因子  $\beta$  を用いて IAEA3D ベンチマークを計算した場合の外部反復回数と実効増倍率の関係について図 6.8 に示した。また、図 6.1 と同様の幾何形状で、燃料及び反射体を全て燃料 1 とした体系を計算した場合の外部反復回数と実効増倍率の関係について図 6.9 に示した。なお、加速法には改良 GCMR 法を用い、粗メッシュ拡散計算の間隔は3回、加速因子  $\alpha$  は(6.2)式のものを用い、 $k=1.0$  とした。

図 6.8 及び図 6.9 の  $\omega=1.0$  が 2章で示したリバランス因子  $\beta$  を用いた計算結果である。図 6.8 及び図 6.9 に示されるように、粗メッシュ拡散計算を行うごとに実効増倍率が振動している。

このように、2章で示したリバランス因子をそのまま用いて計算を行うと、解が振動しながら収束する場合がある。これはリバランス因子による修正が大きすぎるため、粗メッシュ拡散計算が本来収束すべき値を通り過ぎた値になってしまうためである。そこでリバランス因子を適切な値にするために後退加速因子を用いることを検討した。本研究では (6.3)式のように前回の粗メッシュ拡散計算でのリバランス因子を用いることで今回算出したリバランス因子をより適切な値にすることを検討した。

$$\bar{\beta} = (1.0 - \omega)\beta_{old} + \omega\beta_{now} \quad (6.3)$$

ここで  $\bar{\beta}$  は後退加速適用後のリバランス因子、 $\beta_{old}$  は前回用いたリバランス因子、 $\beta_{now}$  は今回算出したリバランス因子、 $\omega$  は後退加速因子である。図 6.8 及び図 6.9 では  $\omega=1.0$  の場合と  $\omega=0.7$  の場合を示している。図 6.8 では、後退加速因子を用いても収束性は向上していないが、図 6.9 では  $\omega=0.7$  とすることで前回のリバランス因子を用いない  $\omega=1.0$  の場合と比較して収束性が向上していることが分かる。

表 6-8 及び表 6-9 に後退加速因子  $\omega$  を変化させた場合の外部反復回数と実効増倍率を示した。表 6-8 では後退加速因子を適用することで収束性の向上が見られないが、表 6-9 では後退加速因子によって

外部反復回数が大きく異なっている。なお、どちらの体系も $\omega$ を 1.0 より大きな値、すなわち前進加速を行った場合、収束しなかった。また、さらに $\omega$ を大きくすると発散してしまった。

このように体系によっては後退加速因子を適切な値に設定することで収束性が向上する場合がある。なお、傾向として $\omega=0.7$ 程度が最も収束性が良く、0.7程度でも詳細メッシュ輸送計算が発散・振動する場合には $\omega=0.5$ 程度にするとよい。

表 6-8 後退加速因子 $\omega$ の変化と収束性 (IAEA3D ベンチマーク)

$\omega$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1
外部反復回数	252	93	87	87	87	87	1000
計算時間(秒)	630	245	219	215	215	235	2081
Keff	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571	1.030571

表 6-9 後退加速因子 $\omega$ の変化と収束性 (燃料 1 のみの場合)

$\omega$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1
外部反復回数	147	48	39	36	39	69	1000
計算時間(秒)	376	124	103	97	104	181	2019
Keff	1.11353	1.113525	1.113533	1.113537	1.113535	1.113534	1.113534

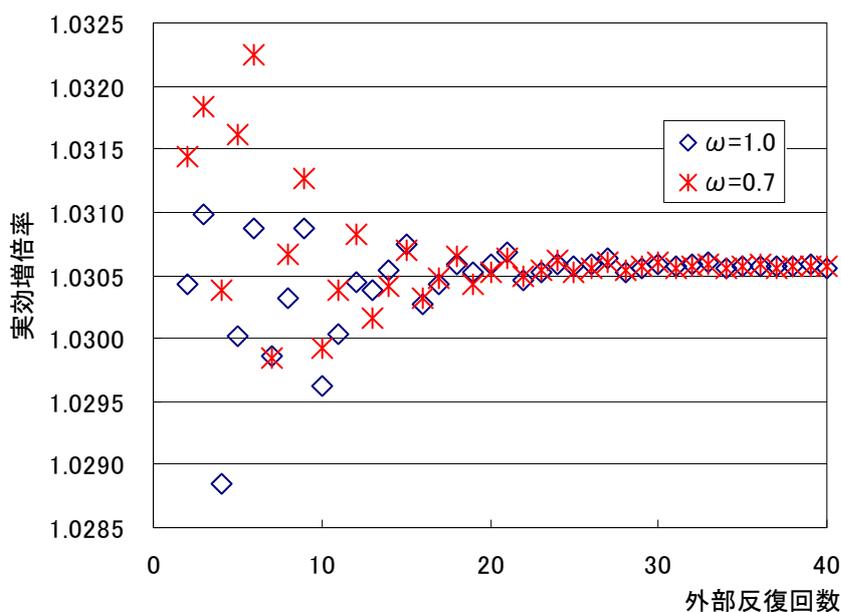


図 6.8 後退加速因子 $\omega$ を変化させることによる実効増倍率の収束性の差異 (IAEA3D ベンチマーク)

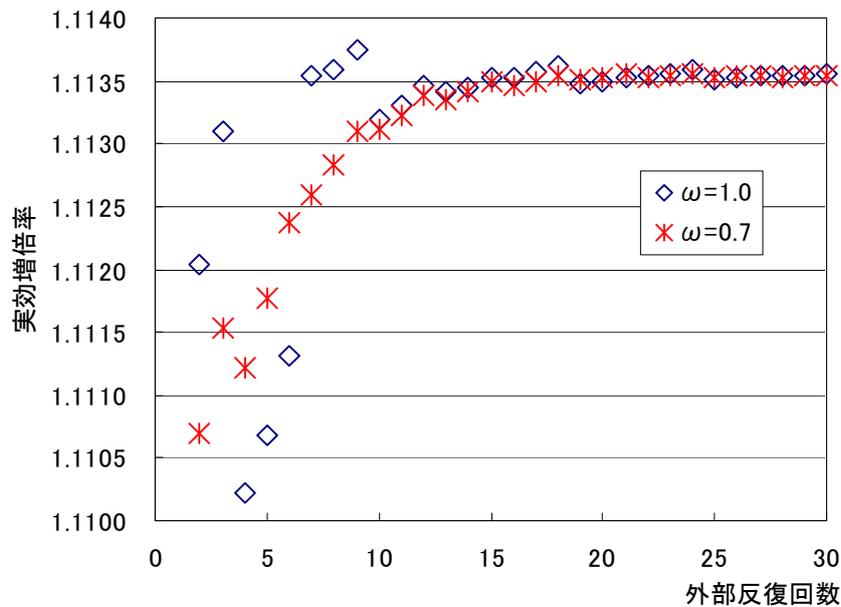


図 6.9 後退加速因子 $\omega$ を変化させることによる実効増倍率の収束性の差異 (燃料 1 のみの場合)

### 粗メッシュ拡散計算を群縮約することによる収束性の変化

GCMR 法では外部反復回数ごとに粗メッシュ拡散計算を行う必要があり、粗メッシュ拡散計算の計算速度を向上させることで計算時間の短縮化を行う事が出来る。粗メッシュ計算の計算時間は、粗メッシュ拡散計算の間隔を 3 回で全体の約 15% である。そのため、粗メッシュ拡散計算の計算時間が仮に半分になった場合、全体の計算時間は 7%~8% 減少すると期待出来る。

粗メッシュ拡散計算の計算速度を向上させる例として、図 6.10 に示すように燃料棒セル内をさらに詳細に分割した計算を行う場合を考える。図 6.10 のような体系を計算する場合に集合体単位で粗メッシュ拡散計算を行うとメッシュが粗すぎて外部反復回数が増加し、また燃料棒単位で粗メッシュ拡散計算を行うと、粗メッシュ拡散計算に必要な計算時間が大幅に増加してしまう。そこで燃料棒単位で粗メッシュ拡散計算を行い、その燃料棒単位の粗メッシュ拡散計算を更に集合体単位の粗メッシュ拡散計算を用いて加速するという二段階加速を行うことで計算時間の短縮が可能ではないかと推測できる。このように粗メッシュ拡散計算にも加速法を用いることで収束性を向上させている計算コードも開発されている<sup>[32]</sup>。

本研究では二段階加速は今後の課題として、まずは一段階の加速で収束性の向上を行うものとする。そこで粗メッシュ拡散計算の計算速度を向上させる手段として粗メッシュ拡散計算を 1 群に縮約して計算することが考える。1 群に縮約することで粗メッシュ拡散計算に必要な計算時間は大幅に短縮させることが出来る。

エネルギー群数を 1 群に群縮約すると、詳細メッシュ計算の外部反復回数が増大してしまうため、本末転倒であるように思われる。しかし、リバランス因子を用いることで 1 群に群縮約した場合でも詳細メッシュ計算の結果を再現し、多群で粗メッシュ拡散計算を行った場合と同様の収束性を示すのではないかと予想される。

このような理由から粗メッシュ拡散計算を 1 群に群縮約して計算を行った場合の計算結果と比較した。輸送計算手法として拡散計算、SP3 法を選択した場合それぞれを比較し、また空間離散化手法と

して多項式解析的ノード法+SSS法を適用した。なお、粗メッシュ拡散計算の間隔は3回、加速法には改良GCMR法を、加速因子 $\alpha$ は(6.2)式のものを用い、 $k=1.0$ とし、後退加速因子は $\omega=0.7$ とした。

計算結果を表6-10に示す。表6-10に示されるように、拡散計算では粗メッシュ計算を1群に群縮約した場合も2群のまま計算した場合もそれほど大きな差異は見られないが、SP3法では群縮約すると収束性が大幅に悪化した。これは本研究では中性子束の2次のモーメントに対しても中性子束の0次モーメントと同様にGCMR法で得られた補正因子を掛けているが、群縮約した場合、同じ補正因子を掛けているのが原因ではないかと考えている。このことが原因かどうかは、GCMR法にも加速法ではなくSP3法を適用することで検証できるが、現在は行っていない。

IAEA3Dベンチマーク体系ではこのようにエネルギー群を縮約して粗メッシュ拡散計算を行うと収束性が悪化したが、8群でBWR炉心体系を計算した場合、SP3法を用いた場合では表6-10のような大きな差異が見られなかった。このことから体系によって粗メッシュ拡散計算を群縮約すると収束性が悪化する場合があることが分かった。また、8群でBWR炉心体系を計算した場合でも、粗メッシュ拡散計算を群縮約することで明確に計算時間が短縮された訳ではなかった。このことから、粗メッシュ拡散計算でもエネルギー群を群縮約せずに計算した方がよいと考えられる。

表 6-10 粗メッシュ計算を一群に縮約した場合の収束性

輸送計算手法	拡散計算		SP3法	
	縮約	非縮約	縮約	非縮約
外部反復回数	57	57	87	126
計算時間(秒)	132	131	215	326
$K_{eff}$	1.029082	1.029082	1.030571	1.030571

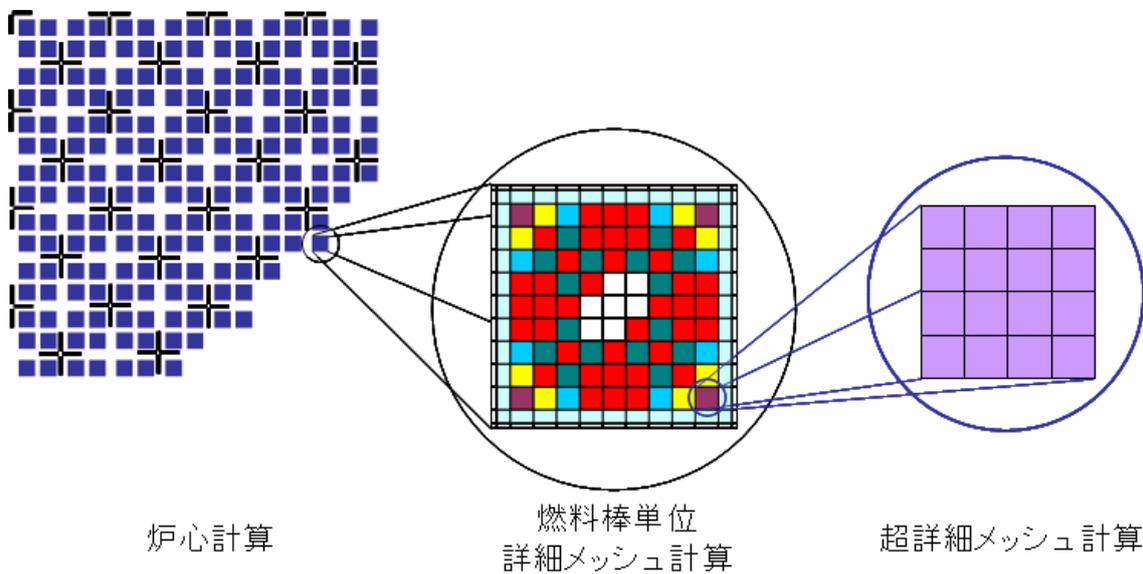


図 6.8 二段階加速の例

### 収束判定基準の違いによる収束性の差異と計算精度

今までの計算では全領域、全エネルギー群の中性子束の収束を判定していた。どの領域における中性子の収束が遅いかを調べると、反射体領域や制御棒領域など、中性子束が非常に少ない領域であることが分かった。実際に計算結果で必要なのは主として燃料棒の発熱率、すなわちセル単位の核分裂率であり、中性子束が少なく、かつ計算結果で必要性が低い領域の中性子束を収束させるのに多くの

計算時間を費やす必要はない。そこで収束判定基準として中性子束ではなく、核分裂率で判定した場合の計算時間と計算精度について検証を行った。

また、中性子束をエネルギー群ごとに見てみると、高速群の方が中性子束の収束性がよいことが分かった。そこでエネルギー群ごとに中性子束の収束を判定し、収束条件を満たしたエネルギー群の中性子をそれ以上計算しないようにすることで計算時間を短縮することが出来ると期待出来る。そこでこのようにエネルギー群ごとに中性子の収束を判定した場合の計算時間と計算精度についても検証を行った。

計算手法は SP3 法、空間離散化手法として多項式解析的ノード法+SSS 法を用いた。計算条件として粗メッシュ拡散計算の間隔は 3 回、加速法には改良 GCMR 法を、加速因子  $\alpha$  は(6.2)式のものを用い、 $k=1.0$  とし、後退加速因子は  $\omega=0.7$  とした。また、収束条件は中性子束、エネルギー群ごとの中性子束、核分裂率全て  $1.0 \times 10^{-5}$  とした。

表 6-11 に計算結果を示す。表 6-11 に示されるように、全エネルギー群で中性子の収束を判定した場合とエネルギー群数ごとに収束を判定した場合とで計算結果に違いがない。IAEA3D ベンチマーク体系ではエネルギー群数が 2 群ということもあり、エネルギー群ごとに中性子の収束を判定した場合でもそれほど大きな差異が見られない。しかし、エネルギー群数が大きくなるにつれてエネルギー群ごとに中性子束の収束を判定することによる外部反復回数の減少は顕著になる。ただし、全エネルギー群で収束を判定する場合とエネルギー群ごとに収束を判定する場合で計算結果に差異が生じる場合があることに注意する必要がある。

また、核分裂率で収束を判定した場合、中性子束で収束を判定した場合に比べて外部反復回数が低減されている。このことから、反射体領域などの燃料領域以外の領域での中性子束の収束が外部反復回数に大きな影響を及ぼしていることが分かった。また、燃料領域以外の中性子束が必要なく、かつ計算時間を短縮したい場合は核分裂率を収束判定基準に用いることで計算時間が短縮化出来ることが分かった。なお、エネルギー群ごとに収束を判定する場合と同様、計算結果に差異が生じる場合があることに注意する必要がある。

表 6-11 収束判定基準と収束性

収束判定基準	中性子束		核分裂率
	全エネルギー群で判定	エネルギー群ごとに判定	
外部反復回数	87	87	78
計算時間(秒)	218	204	201
Keff	1.030571	1.030571	1.030571

### 計算手法による収束性の差異と計算精度

本研究では輸送計算手法として拡散計算、SP3 法の二通り、空間離散化手法として有限差分法(FD)、多項式解析的ノード法(NODE)、多項式解析的ノード法+SSS 法(SSS)の三通りの計算を行ってきた。そこで IAEA3D ベンチマーク問題を対象に、これらの手法に GCMR 法を適用して計算を行った場合に外部反復回数、計算結果にどの程度の違いが出るのか検証した。なお、拡散計算と SP3 法の計算精度の検証は 3 章で、各空間離散化法による計算精度の差異は 5 章でそれぞれ述べたので計算精度についての議論は省略する。

計算条件として粗メッシュ拡散計算の間隔は 3 回、加速法には改良 GCMR 法を、加速因子  $\alpha$  は(6.2)式のものを用い、 $k=1.0$  とし、後退加速因子は  $\omega=0.7$  とした。また、収束は中性子束を全エネルギー群で判定するものとし、収束条件は  $1.0 \times 10^{-5}$  とした。

表 6-12 に計算結果を示す。表 6-12 に示されるように、各空間離散化手法による収束性の違いは見られないことが分かった。2 章で述べたように、各空間離散化手法の違いは入射中性子流及び中性子束の係数のみである。そのため、外部反復の収束性にそれほど大きな影響を及ぼさなかったのではないかと考えられる。

また、拡散計算と SP3 法での収束性を比較すると、SP3 法の方が拡散計算に比べて外部反復回数がやや多くなっていることが分かる。これは SP3 法が中性子束の二次モーメントまで考慮しているために詳細メッシュ輸送計算の収束性が拡散計算の場合に比べて悪いためだと考えられる。ただし、外部反復回수에それほど大きな差異はなく、SP3 法を用いても少ない外部反復回数で計算出来ていることが分かる。

表 6-12 計算手法と収束性

輸送計算手法 空間離散化手法	拡散計算			SP3法		
	FD	NODE	SSS	FD	NODE	SSS
外部反復回数	57	57	57	87	87	87
計算時間(秒)	129	132	132	215	215	215
Keff	1.029093	1.029068	1.029082	1.030574	1.030558	1.030571

## その他の工夫

三次元 Pin-by-pin 計算コードでは上述の工夫以外にもいくつかの工夫を行っている。しかし計算結果としてまとめていなかったため、ここではそれらの工夫について述べ、定性的にその効果を説明することとする。

まず、内部反復での収束判定における収束判定基準について説明する。本研究で作成した三次元 Pin-by-pin 計算コードではメッシュ不整合体系を取り扱うために集合体ごとに内部反復計算を行っていた。そこで内部反復の収束判定も次のように集合体単位で行っていた。

1. ある集合体の集合体境界の入射中性子流を 4 章で提案した中性子流補間法で計算
2. ある集合体内の中性子束を応答行列法を用いて計算
3. 内部反復の収束判定基準を満たすか、指定した内部反復の回数に達するまでその集合体内の中性子束を更新
4. 隣接する集合体の集合体境界の入射中性子流を中性子流補間法で計算
5. 2.と同様にその集合体内の中性子束を応答行列法を用いて計算
6. 径方向、軸方向の全集合体において 1.~4.の計算を実行し、内部反復を終了

この手法を用いることで集合体境界の中性子流の計算を行う回数が低減出来るため、計算時間を短縮することが出来ると期待したが、隣接する集合体の影響が外部反復ごとにしか更新されないため、外部反復計算の回数が増大し、収束性が悪かった。

そこでより収束性を改良するために次のように炉心全体で内部反復計算を行うようにした。

1. ある集合体の集合体境界の入射中性子流を中性子流補間法で計算
2. ある集合体内の中性子束を応答行列法を用いて計算
3. 隣接する集合体の集合体境界の入射中性子流を中性子流補間法で計算
4. 2.と同様にその集合体内の中性子束を応答行列法を用いて計算

5. 径方向、軸方向の全集合体において1.~4.の計算を実行し、一回目の内部反復を終了
6. 内部反復の収束判定基準を満たすか、指定した内部反復の回数に達するまで 1.~5.の計算を反復

このように炉心全体で内部反復計算を行うことで内部反復計算ごとに隣接する集合体の影響が更新され、以前の手法に比べて収束性が大幅に向上した。

### 6.3 仮想的なABWR体系における本計算コードの計算性能評価

前節では IAEA3D ベンチマーク問題を用いて作成した三次元 Pin-by-pin 計算コードの検証を行ってきた。しかし、IAEA3D ベンチマーク問題は PWR 炉心を対象としたベンチマーク問題であり、本研究で対象としている BWR とはその核的特性が大きく異なっている。そこで本節では実際に BWR 体系を用い、本計算コードの計算精度、計算時間等について検討を行った。

#### 6.3.1 集合体・制御棒の幾何形状及び濃縮度分布

本研究で用いた集合体は図 6.11~図 6.13 に示すように 8×8 のステップⅡ燃料集合体<sup>[33]</sup>、9×9 のステップⅢ燃料集合体<sup>[34]</sup>、10×10 の Atrium10<sup>[27]</sup>の三種類である。本研究では 8×8 燃料集合体を平均濃縮度 0.95wt% の低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体、9×9 燃料集合体を平均濃縮度 3.50wt% の高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体、10×10 燃料集合体を平均 Pu-fissile 富化度 3.50wt% の MOX 燃料集合体とした。また、9×9 燃料集合体は部分長燃料についても検討を行った。

図 6.11~図 6.13 に各燃料集合体の濃縮度分布を、表 6-13~表 6-15 に各燃料棒の濃縮度分布及びプルトニウム富化度をそれぞれ示した。図 6.13 を見れば分かるように、10×10MOX 燃料集合体は最外周部に Gd 入り燃料棒が存在する、核的な非均質性の大きい燃料になっている。また、図 6.14 に示すように制御棒は厚さ 0.4cm、長さ 10cm のハフニウム板で、中心は厚さ 0.4cm、長さ 2.0cm の SUS によって支えられている。

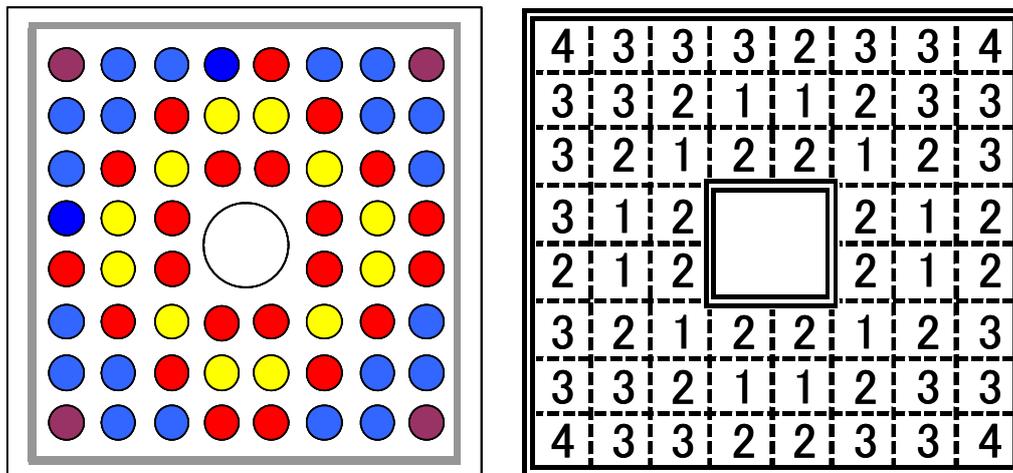


図 6.11 8×8 低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

表 6-13 8×8 低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体中の各燃料棒の濃縮度(wt%)

	Type1	Type2	Type3	Type4
密度	10.40	10.40	10.40	10.40
235U(wt%)	1.20	1.00	0.80	0.70

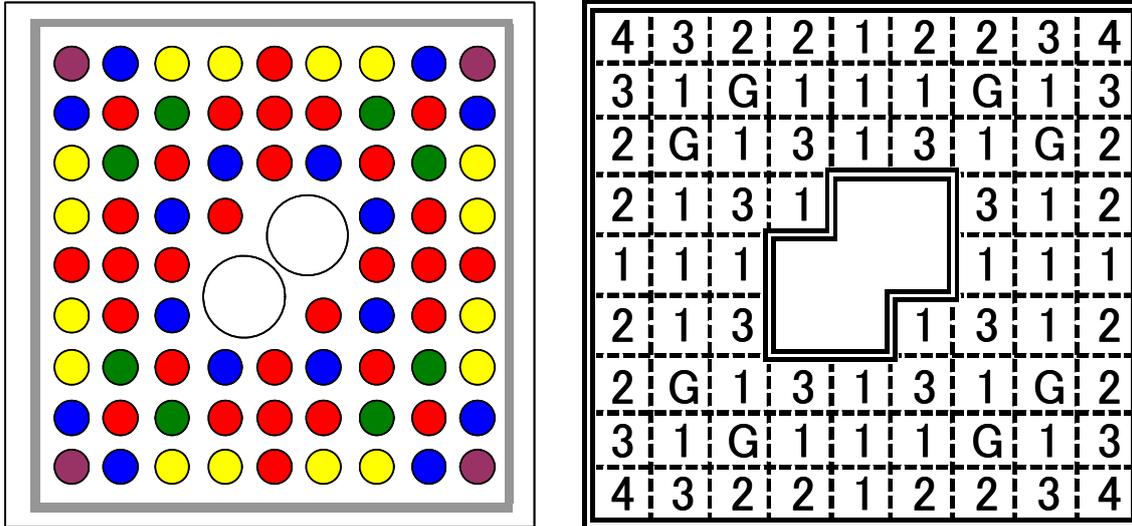


図 6.12 9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体の幾何形状及び濃縮度分布

表 6-14 9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体中の各燃料棒の濃縮度(wt%)  
(部分長燃料も含む)

	Type1	Type2	Type3	Type4	TypeG
密度	10.40	10.40	10.40	10.40	10.10
235U(wt%)	4.20	3.30	2.80	2.30	3.30
Gd(wt%)					6.00

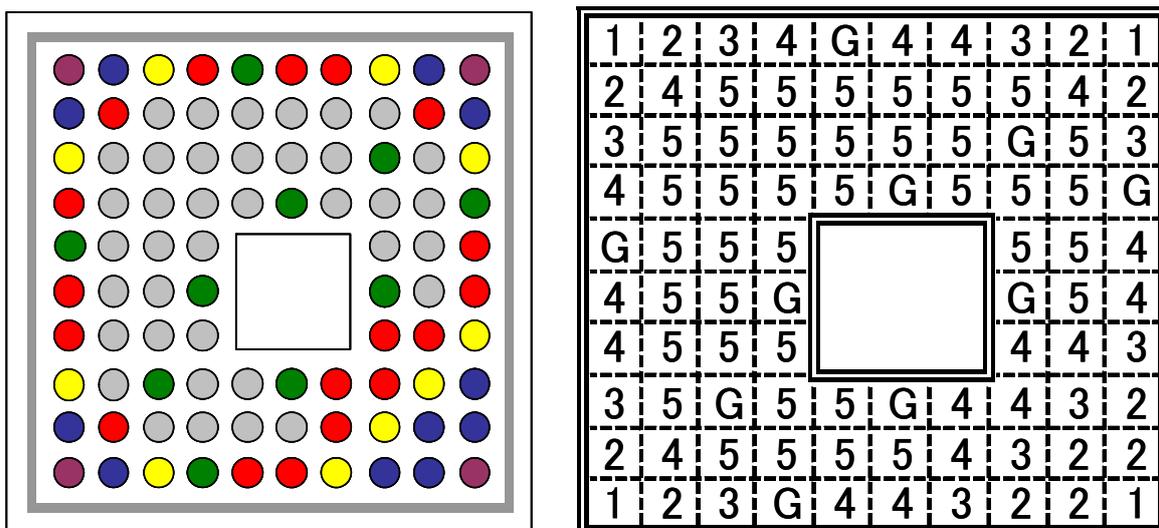


図 6.13 10×10MOX 燃料集合体の濃縮度分布

表 6-15 10×10MOX 燃料集合体中の各燃料棒の Pu 富化度と原子数密度

	Type1	Type2	Type3	Type4	Type5		TypeG
Pu-fissile(wt%)	1.3	1.9	3.2	3.9	5.1	密度	10.10
235U	4.42E-05	4.38E-05	4.29E-05	4.24E-05	4.15E-05	235U(wt%)	2.00
238U	2.18E-02	2.16E-02	2.11E-02	2.09E-02	2.05E-02	Gd(wt%)	3.00
238Pu	9.51E-06	1.39E-05	2.34E-05	2.85E-05	3.73E-05		
239Pu	2.46E-04	3.59E-04	6.05E-04	7.37E-04	9.64E-04		
240Pu	1.12E-04	1.64E-04	2.76E-04	3.37E-04	4.40E-04		
241Pu	4.16E-05	6.08E-05	1.02E-04	1.25E-04	1.63E-04		
242Pu	2.85E-05	4.16E-05	7.01E-05	8.55E-05	1.12E-04		
241Am	1.21E-05	1.76E-05	2.97E-05	3.62E-05	4.73E-05		
16O	4.45E-02	4.45E-02	4.45E-02	4.46E-02	4.46E-02		

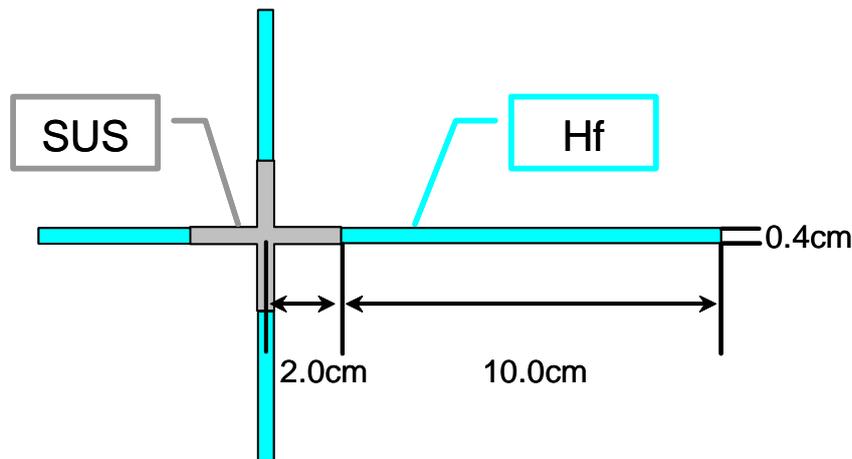


図 6.14 制御棒の材質と幾何形状

### 6.3.2 二次元ABWR炉心計算への適用と計算精度

6.3.1 節で示した燃料集合体を用いて、ABWR 炉心を構成し、非均質体系との計算結果を比較した。炉心は Core\_1、Core\_2 の二つを作成した。Core\_1 では制御棒領域に低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体を用い、内側に低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体が固まっている。Core\_2 では制御棒領域に高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体を用い、内側も高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体が多く配置されている。また、Core\_1、Core\_2 共に低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体が炉心外周部を囲っており、その外側を反射体が覆っている。Core\_1、Core\_2 共に  $8 \times 8$ 、 $9 \times 9$ 、 $10 \times 10$  の三種類の燃料集合体が装荷されていることからメッシュ不整合体系になっており、さらに MOX 燃料が含まれていることから核的な非均質性の大きい体系になっている。

図 6.15、図 6.16 に比較に用いた 1/4ABWR 炉心体系を示す。図 6.15、図 6.16 は集合体 872 体から成る ABWR 体系で、図 6.15 の体系では制御棒が 21 本、図 6.16 の体系では制御棒が 25 本挿入されている。なお、図 6.15、図 6.16 の体系共に制御棒を挿入していない体系についても計算を行っている。また、ボイド率は 40%、70% の二通りの体系について計算を行った。炉心外周部の境界条件は真空境界条件、エネルギー群数は 8 群とした。

非均質体系の計算には CHAPLET<sup>[35]</sup>コードを用いた。CHAPLET コードは MOC を基にした輸送計算コードである。本検討では単一集合体体系での均質化断面積の作成及び二次元炉心計算の参照解として CHAPLET コードを用いた。

本検討においても均質化誤差を低減させるため、単一集合体体系において SPH 法を適用した。以下に計算精度比較までの流れを示した。

1. 単一集合体体系において MOC を用いて非均質体系を計算 (参照解)
2. 単一集合体体系において非均質体系の結果を参照解として SPH 法を適用し、均質化誤差を低減したセル均質断面積を作成
3. SPH 法を適用したセル均質断面積を用いて 1/4ABWR 炉心体系を SP3 法で計算
4. 非均質体系において 1/8ABWR 炉心体系を MOC で計算 (参照解)
5. 非均質体系を MOC で計算した結果と均質体系を SP3 法で計算した結果とを比較

なお、本検討では SP3 法では 1/4 炉心を、MOC では 1/8 炉心を計算しているが、図 6.15、図 6.16 の体系は 1/8 対称であるため、1/8 炉心体系と 1/4 炉心体系の計算結果は同一となる。また、輸送計算手法には SP3 法を用い、空間離散化手法に多項式解析的ノード法+SSS 法を用い、均質体系のメッシュ分割数は 1cell/1mesh とした。中性子束の収束条件は  $1.0 \times 10^{-5}$  で、加速法として GCMR 法を適用している。

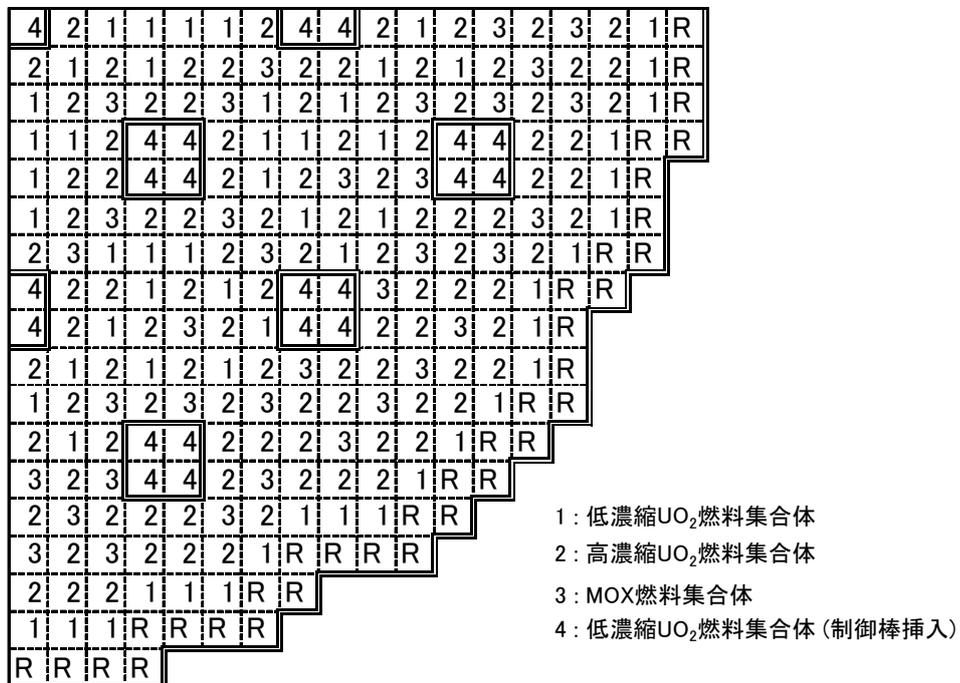


図 6.15 ABWR 全炉心体系 (Core\_1)

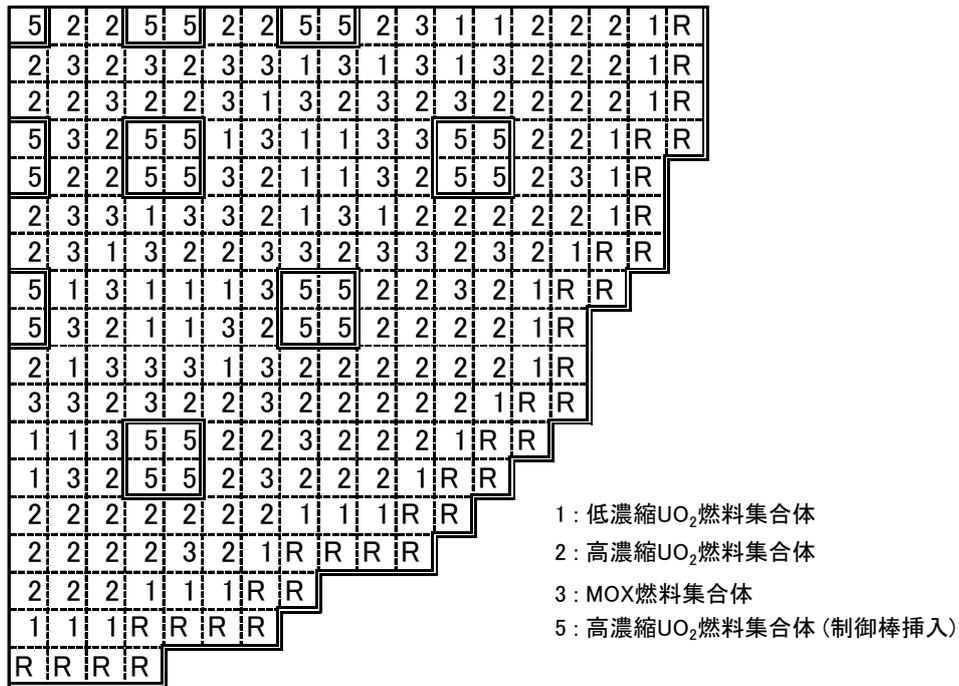


図 6.16 ABWR 全炉心体系 (Core\_2)

### 6.3.3 計算結果及び考察

表 6-16 に非均質体系との実効増倍率の差異及び燃料棒出力分布を、図 6.17～図 6.20 にボイド率 40% の場合の各計算体系での非均質体系との燃料棒出力の差異を、図 6.21～図 6.24 にボイド率 70% の場合の核計算体系での非均質体系との燃料棒出力の差異を、それぞれ示した。なお、燃料棒出力分布の差異は炉心全体で規格化して比較している。

表 6-16 に参考のため、非均質体系との差異、外部反復回数及び計算時間をそれぞれ示した。なお、必要なメモリー容量は約 65MB であった。外部反復回数は IAEA3D ベンチマークの場合に比べて約三倍に増加している。これは計算体系が大きく、さらに集合体内の濃縮度分布も複雑であるために収束性が悪化したのではないかと考えている。また、GCMR 法を適用せず、収束条件を  $1.0 \times 10^{-7}$  とした場合、IAEA3D ベンチマークの場合と同様に計算時間は約 50 倍に増加した。

図 6.17～図 6.20 を見れば分かるように、MOX 燃料集合体が装荷されている領域で全体的に非均質体系の結果を過大評価することが分かった。特に Core\_2 のように MOX 燃料が密集して配置された体系では MOX 燃料集合体と隣接する UO<sub>2</sub> 燃料集合体の差異も大きくなっている。これは集合体境界の中性子束が非均質体系の結果と大きく異なっていることが原因であると考えた。

この事象に対する検討については 6.3.4 節で詳しく述べることにする。

表 6-16 ABWR 炉心における非均質体系との差異 (SPH 法適用)

体系	ボイド率	制御棒	実効増倍率			燃料棒出力分布		計算時間等	
			reference	均質体系	差異	RMS	最大差異	外部反復回数	計算時間 (s)
Core_1	40%	挿入	1.00818	1.00865	0.05%	0.83%	3.02%	128	118
		非挿入	1.03336	1.03383	0.05%	0.90%	2.88%	135	117
	70%	挿入	0.97866	0.97894	0.03%	0.70%	2.07%	132	115
		非挿入	1.0106	1.0109	0.03%	0.72%	-2.08%	129	110
Core_2	40%	挿入	1.01446	1.01472	0.03%	0.94%	3.50%	116	103
		非挿入	1.05001	1.05016	0.01%	0.90%	3.39%	116	105
	70%	挿入	0.98473	0.98495	0.02%	0.75%	2.53%	114	99
		非挿入	1.02221	1.02244	0.02%	0.74%	2.54%	114	99

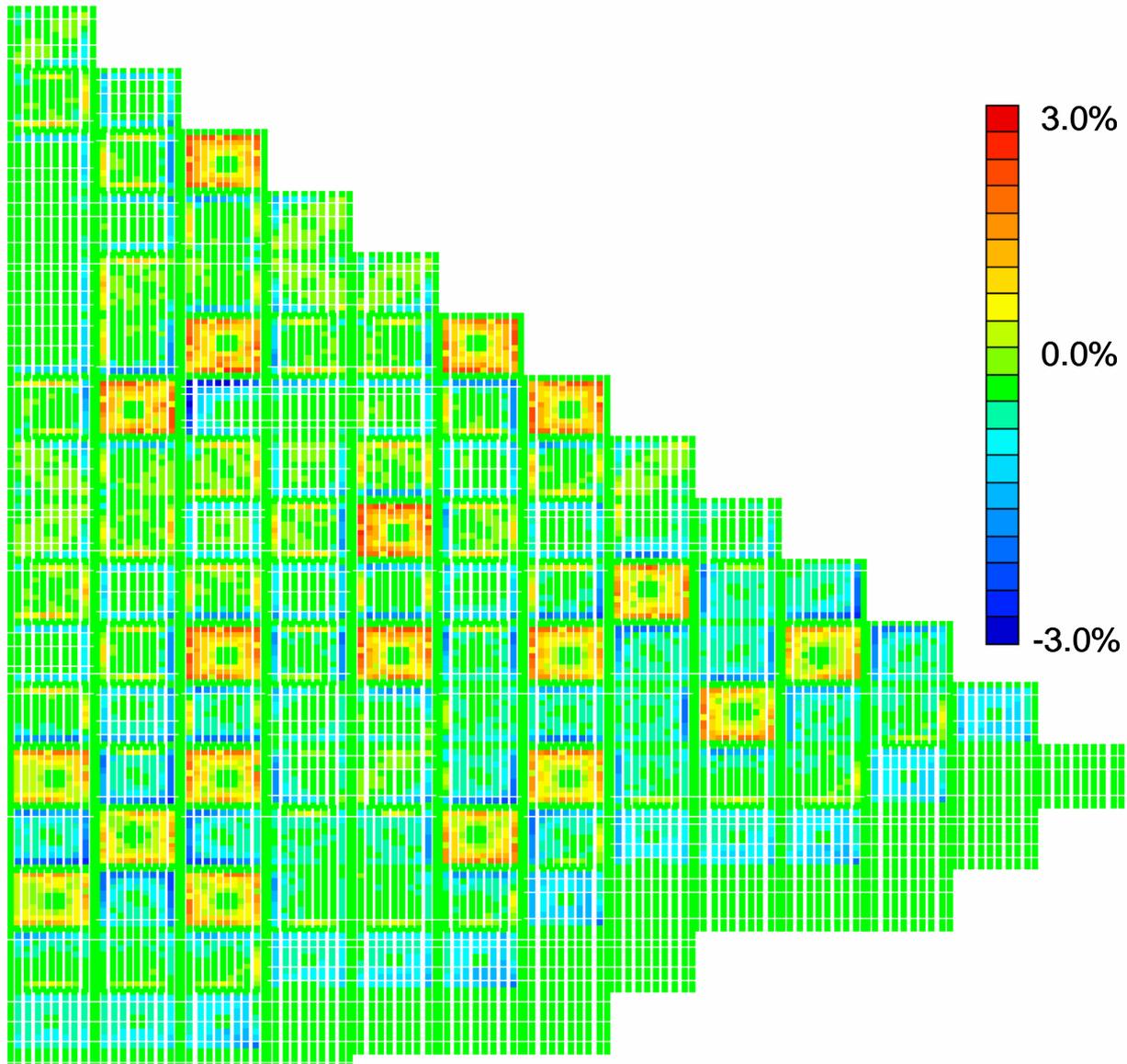


図 6.17 Core\_1 体系、Void40%、制御棒挿入時の非均質体系との差異

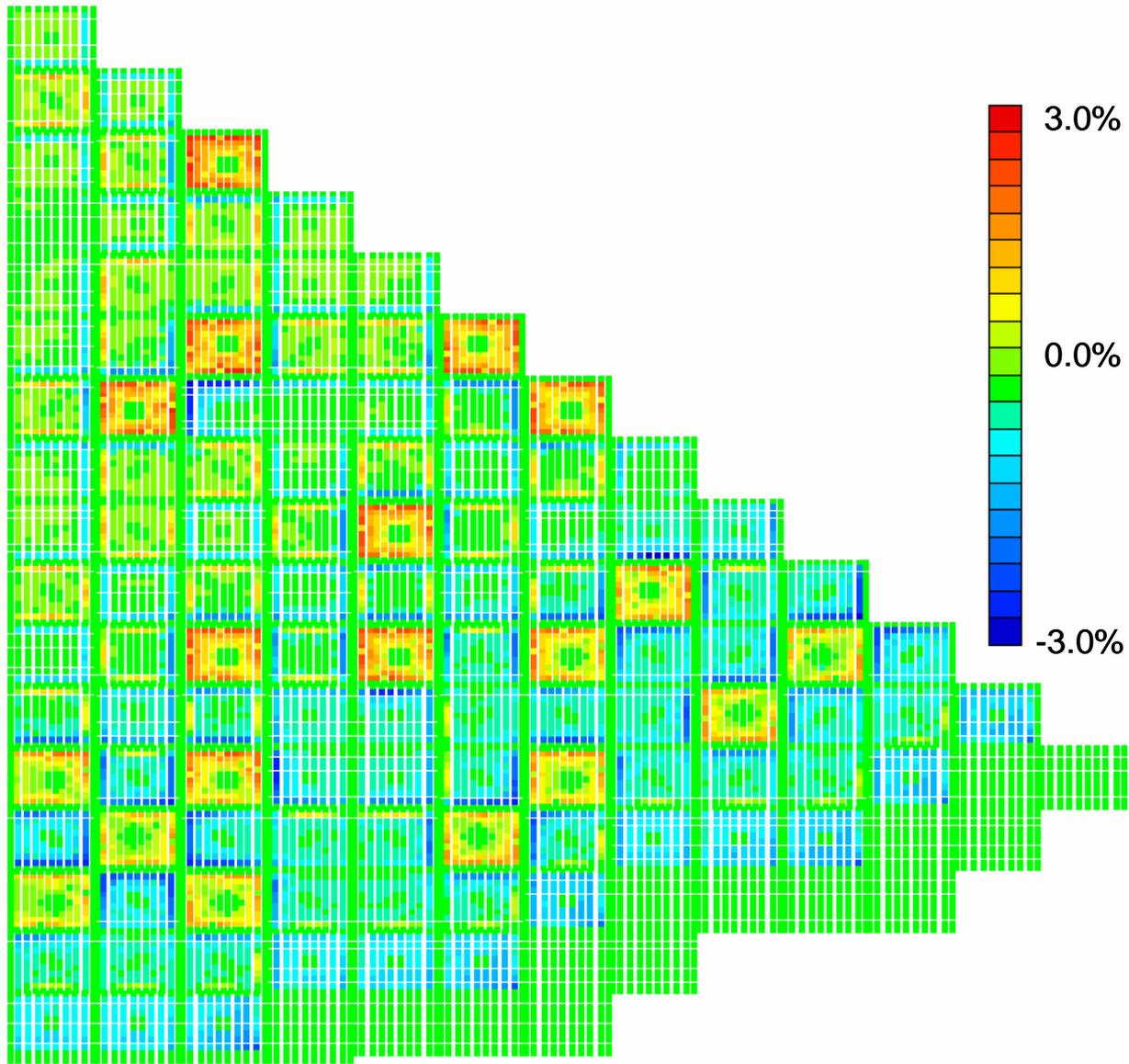


図 6.18 Core\_1 体系、Void40%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異

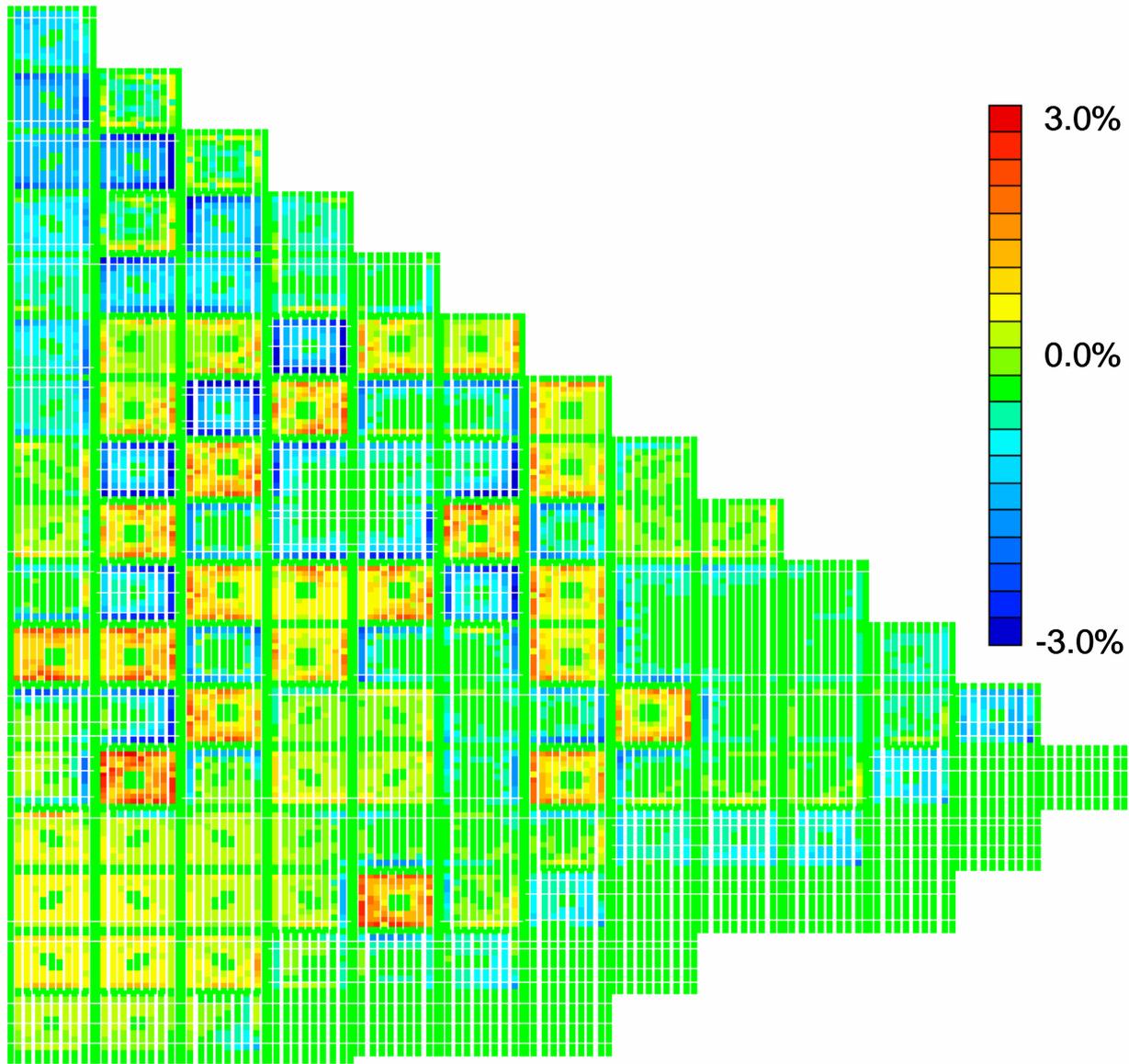


図 6.19 Core\_2 体系、Void40%、制御棒挿入時の非均質体系との差異

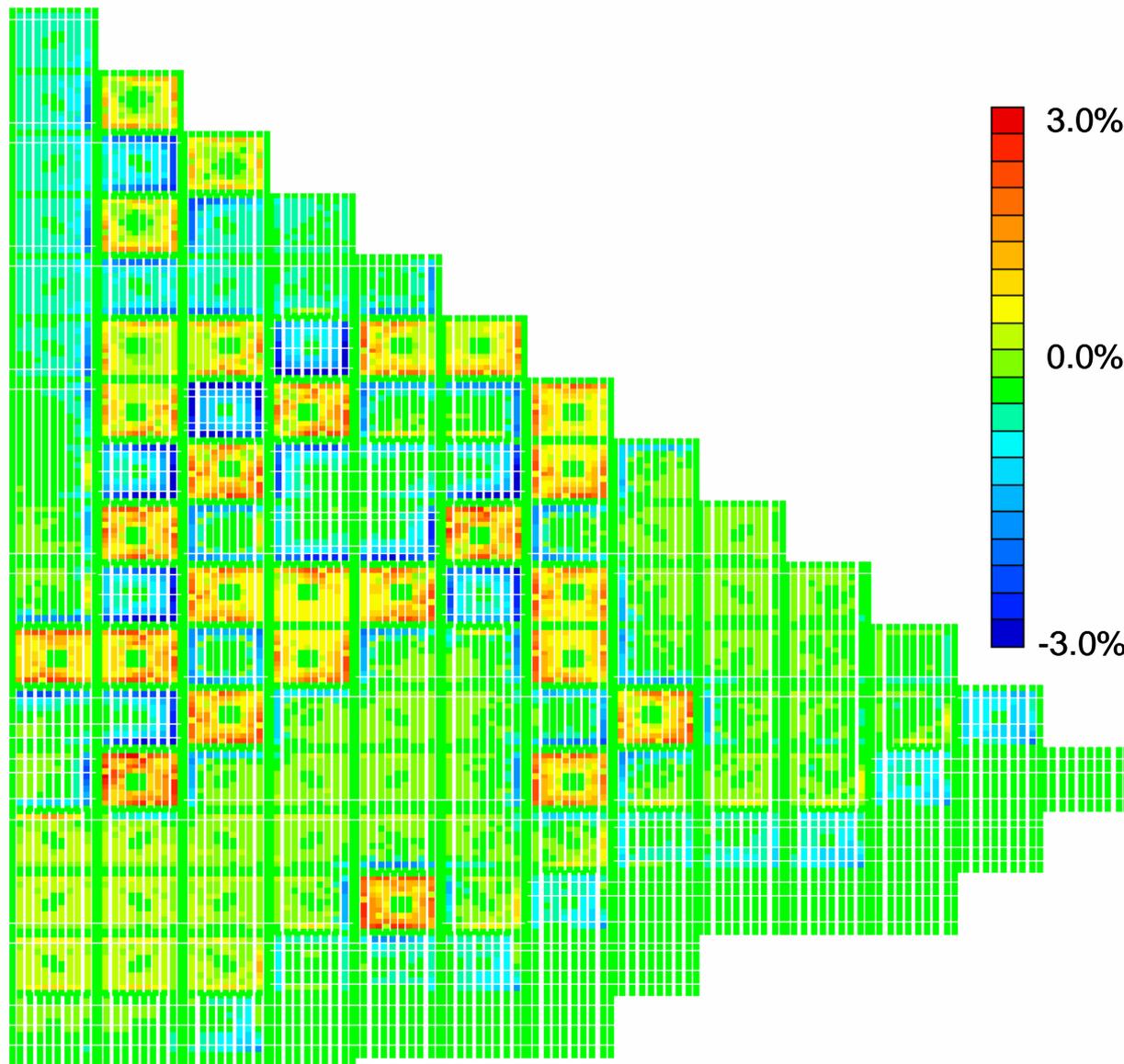


図 6.20 Core\_2 体系、Void40%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異

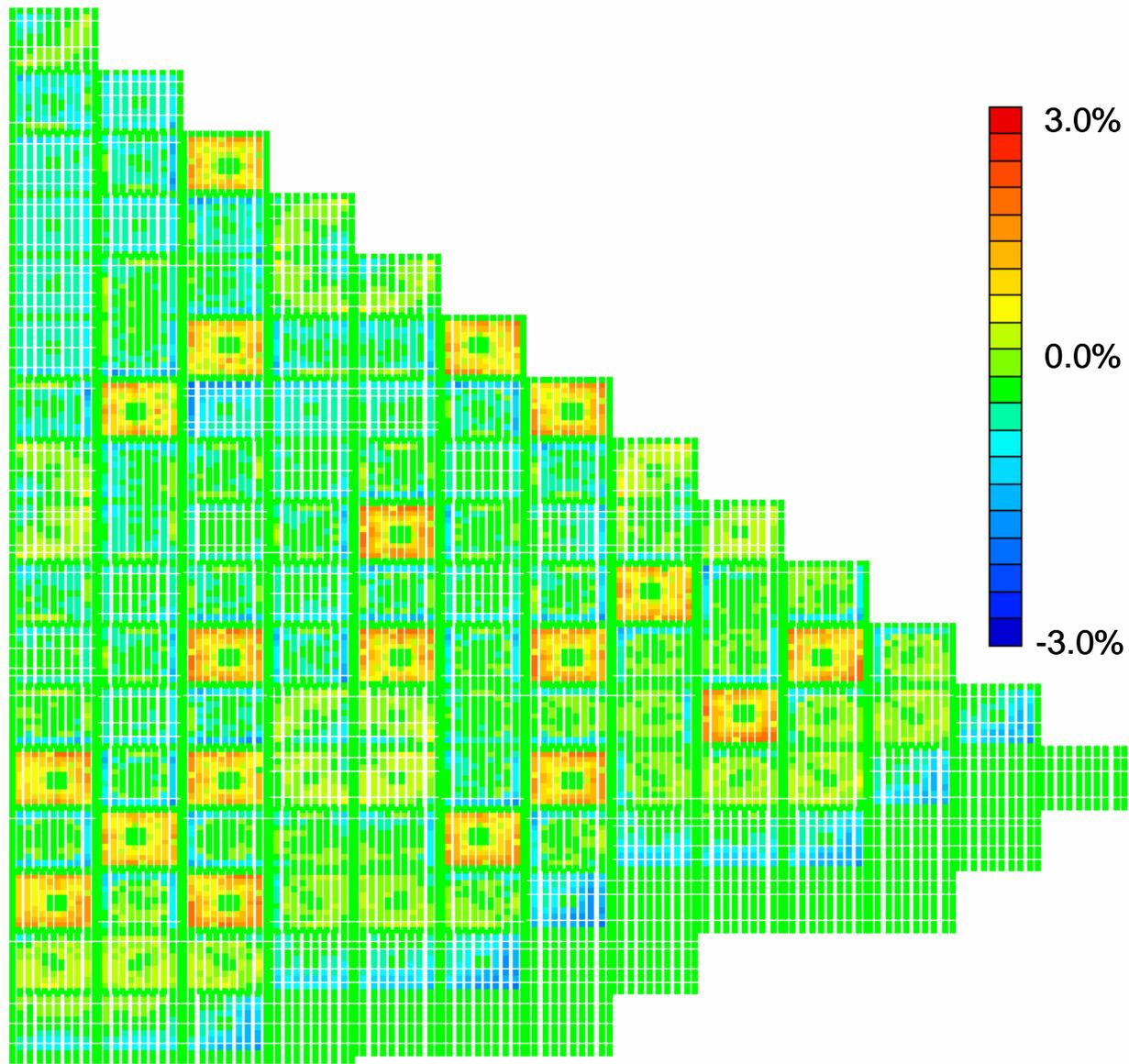


図 6.21 Core\_1 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異

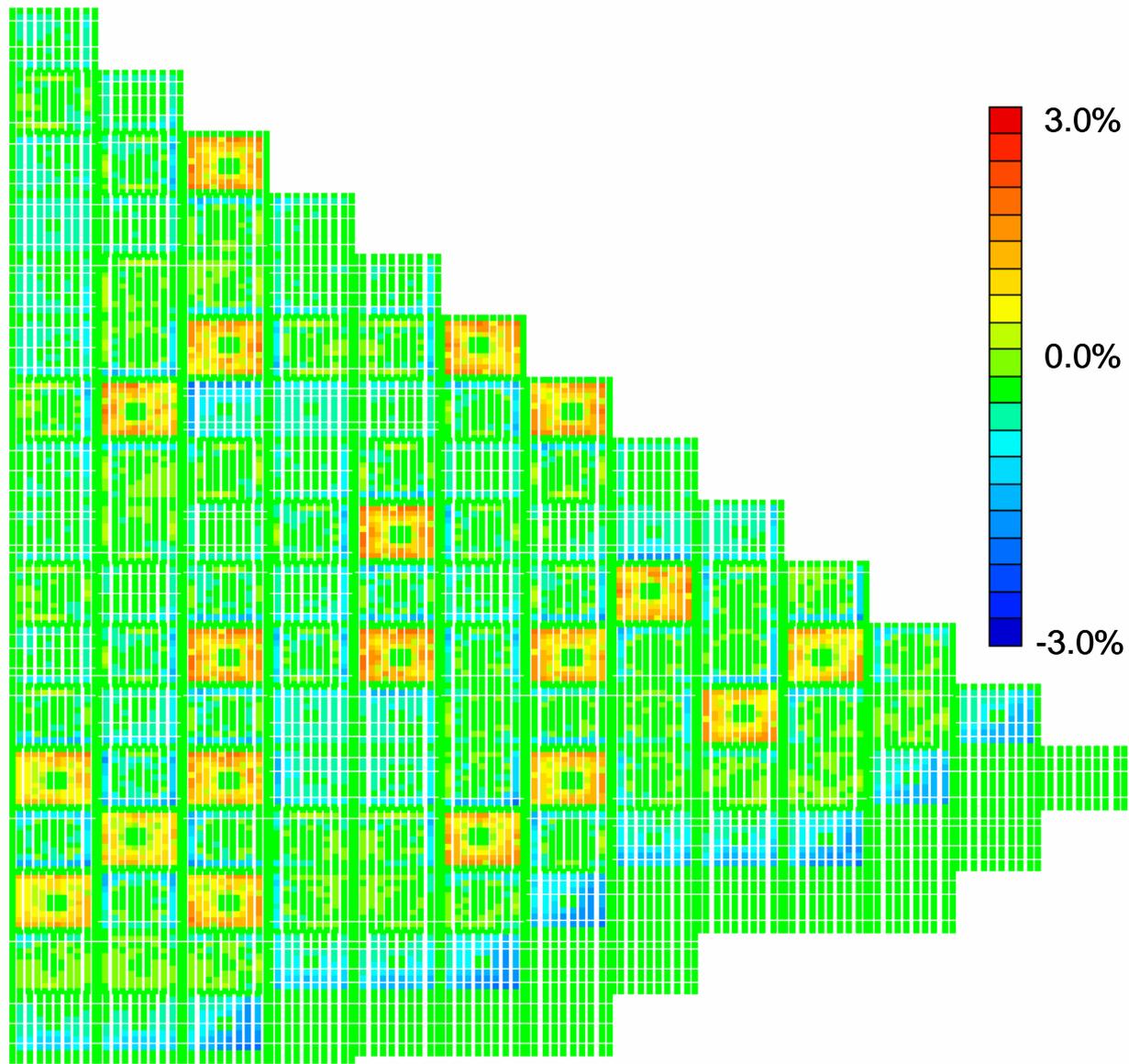


図 6.22 Core\_1 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異

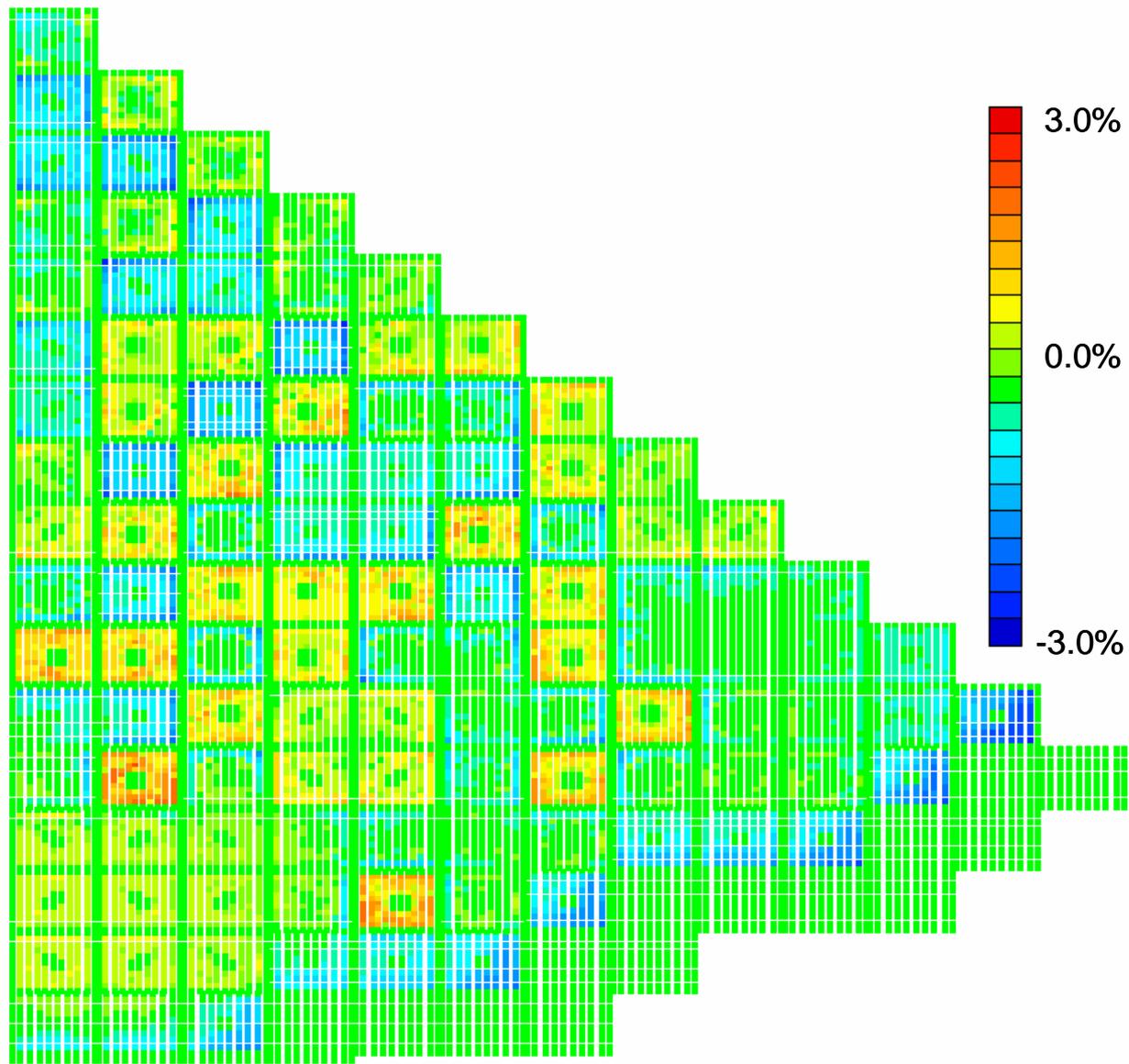


図 6.23 Core\_2 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異

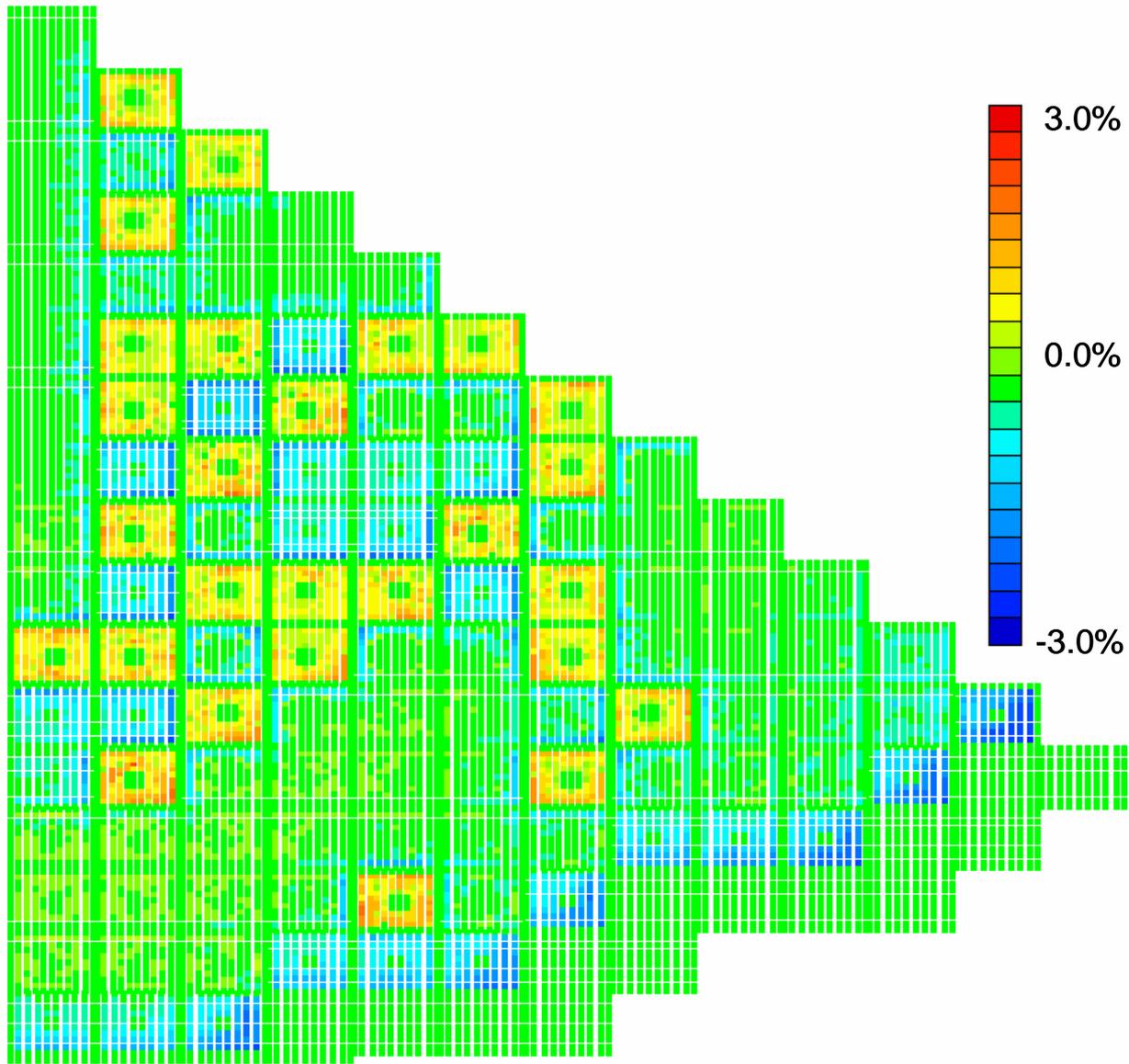


図 6.24 Core\_2 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異

### 6.3.4 改良SPH法及び集合体境界への不連続因子の適用

6.3.3 節で MOX 燃料が装荷されている領域で全体的に非均質体系との差異が大きくなっていることが分かった。この問題を解決するために、改良 SPH 法<sup>[36]</sup>の適用と集合体境界への不連続因子の適用という二つの場合について検討し、それぞれの計算精度を比較した。

まず改良 SPH 法について簡単に説明する。改良 SPH 法では SPH 因子  $\mu$  を集合体境界全体で平均した不連続因子で割っている。

$$\mu_g^{imp} = \frac{\mu_g}{DF_g} \quad (6.5)$$

ここで集合体境界全体で比較した不連続因子は

$$\overline{DF}_g = \frac{\sum_{surface} \phi_g^{het,sur}}{\sum_{surface} \phi_g^{hom o,SPH,sur}} \quad (6.6)$$

で書き表される。なお、 $\phi_g^{het,sur}$  は集合体境界に位置するセルでの非均質体系の表面中性子束、 $\phi_g^{hom o,SPH,sur}$  は集合体境界に位置するセルでの均質体系の SPH 法適用後の表面中性子束である。(6.6)

式で得られた集合体境界平均での不連続因子で SPH 因子を割ることで断面積の値も小さくなるが、その分中性子束が増加するため、反応率は一致する。このように SPH 法に不連続因子の効果をもたせることで改良 SPH 法では異なる燃料集合体が隣接する領域で発生する差異を低減している。

また、本研究では改良 SPH 法の適用と共に集合体境界への不連続因子の適用についても同様に検討を行った。本研究で作成した三次元 Pin-by-pin 計算コードはメッシュ不整合領域を取り扱うため、集合体単位で中性子束を計算し、その都度集合体境界の入射中性子流を計算している。そのため、集合体境界での不連続因子を適用することは容易であった。そこで単一集合体体系において SPH 法を適用し、SPH 法を適用した体系と非均質体系の計算結果から集合体境界での不連続因子を作成した。

計算体系は 6.3.3 節と同様の体系を用い、ボイド率は 70%のものを用いた。それ以外の計算条件については 6.3.3 節と同様のため、省略する。

表 6-17 に改良 SPH 法を適用した場合と集合体境界に不連続因子を適用した場合の非均質体系との差異を、図 6.25～図 6.28 に改良 SPH 法を適用した場合の非均質体系との差異を、図 6.29～図 6.32 に集合体境界に不連続因子を適用した場合の非均質体系との差異をそれぞれ示した。

図 6.25 及び図 6.27 を見ると分かるように、制御棒が挿入された集合体の非均質体系との差異が大きくなっている。これは BWR のように集合体境界に制御棒が入っており、中性子の歪みが境界面によって極端に異なる場合は、集合体境界全体で不連続因子を平均化するとかえって差異が大きくなってしまふことを示している。図 6.26 及び図 6.28 の体系ではこのような大きな差異が見られず、また SPH 法を適用した場合に見られた MOX 燃料集合体領域での差異も見られなくなっていることから、制御棒が挿入されていない場合においては改良 SPH 法を用いることで高い計算精度が得られることが分かった。

また、制御棒領域での大きな差異をなくすために、制御棒が挿入された集合体に、制御棒が挿入されていない集合体で作成した不連続因子で割ることを検討した。その結果、制御棒が挿入されていない集合体で作成した不連続因子を用いることで前述のような制御棒領域での大きな差異が見られなくなったが、物理的な意味がなく、またどの体系においても高い計算精度が得られるか不明なため、これ以上の詳細な検討は行っていない。

改良 SPH 法では集合体境界全体での不連続因子を用いたのに対し、集合体境界に不連続因子を適用した場合は境界面ごとに不連続因子を与えている。そのため、図 6.29 及び図 6.31 を見れば分かるように制御棒が挿入された体系においても改良 SPH 法で見られたような大きな差異は見られなかった。また、SPH 法を適用した場合に見られた、MOX 燃料集合体での大きな差異も集合体境界に不連続因子を適用することで低減することが出来ている。

しかし、集合体境界に不連続因子を適用した場合でも図 6.29 及び図 6.30 が示すように、炉心の内側と外側で非均質体系との差異の傾向が異なっている。特に炉心外周部で非均質体系との差異が大きい。

この原因を調べるため、9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体のみを並べた体系で同様の計算を行い、非均質体系と比較した。図 6.33 に示すように、9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体のみを並べ、制御棒も挿入していない体系で比較した場合でも集合体外周部で非均質体系との差異が大きくなっている。この原因については現在調査中である。なお、図 6.33 の体系はメッシュ誤差を低減するため、セル内を更に 4×4

に分割した結果である。このことから、SP3 法による誤差ではないかと考え、より詳細な輸送計算を用いて計算を行うことを検討している。

表 6-17 改良 SPH 法と不連続因子での計算精度比較

体系	均質化誤差低減手法	制御棒	実効増倍率			燃料棒出力分布		計算時間等	
			reference	均質体系	差異	RMS	最大差異	外部反復回数	計算時間 (s)
Core_1	SPH法	挿入	0.97866	0.97894	0.03%	0.70%	2.07%	132	115
		非挿入	1.0106	1.0109	0.03%	0.72%	-2.08%	129	110
	改良SPH法	挿入	0.97866	0.97825	-0.04%	0.98%	-3.42%	132	163
		非挿入	1.0106	1.01058	0.00%	0.54%	1.91%	132	170
	不連続因子	挿入	0.97866	0.97855	-0.01%	0.66%	2.23%	132	173
		非挿入	1.0106	1.01058	0.00%	0.54%	1.82%	130	170
Core_2	SPH法	挿入	0.98473	0.98495	0.02%	0.75%	2.53%	114	99
		非挿入	1.02221	1.02244	0.02%	0.74%	2.54%	114	99
	改良SPH法	挿入	0.98473	0.98429	-0.04%	1.19%	3.76%	114	133
		非挿入	1.02221	1.02205	-0.02%	0.60%	2.36%	114	151
	不連続因子	挿入	0.98473	0.98452	-0.02%	0.86%	2.54%	114	148
		非挿入	1.02221	1.02205	-0.02%	0.60%	2.27%	114	147

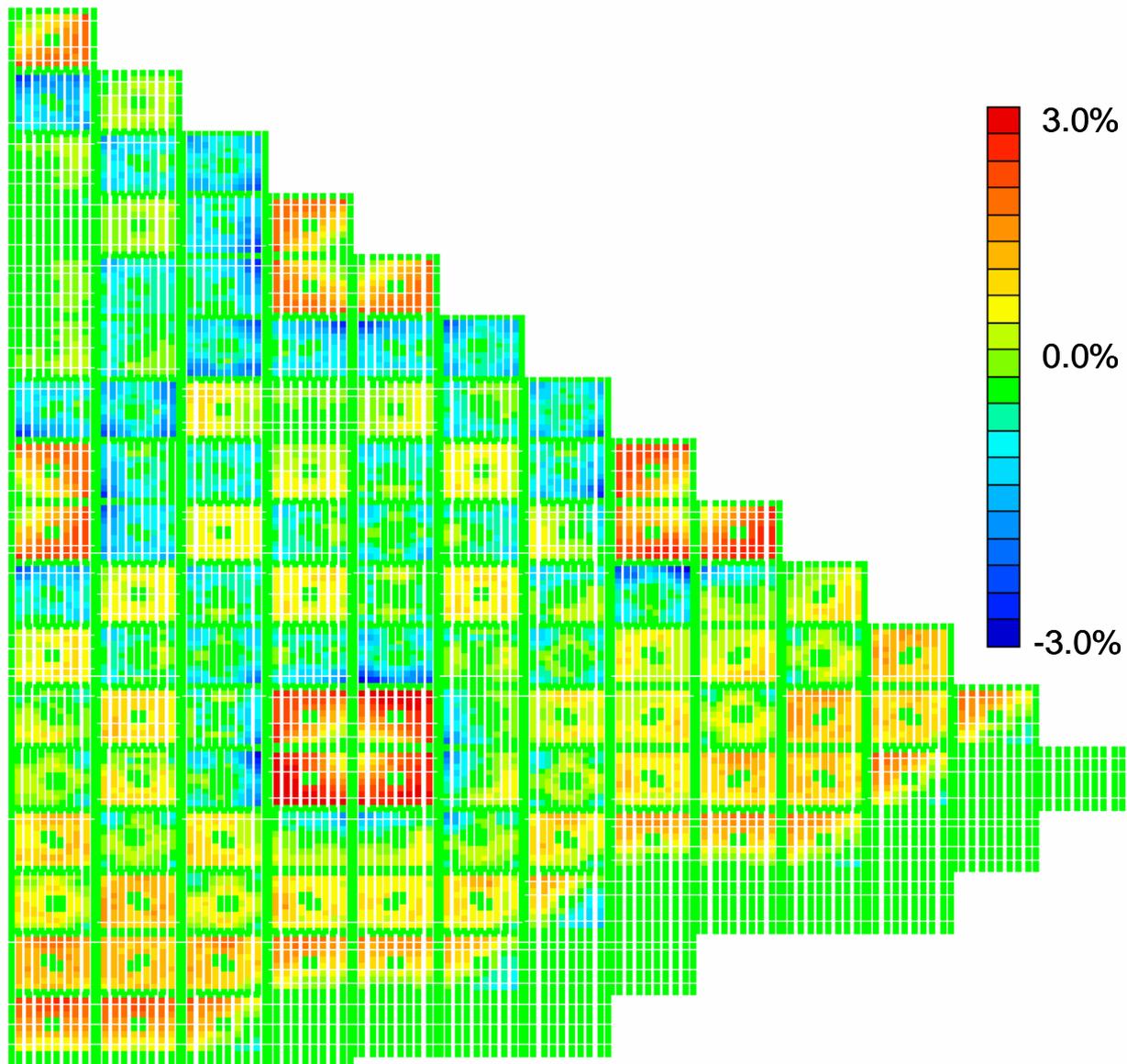


図 6.25 Core\_1 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異  
(改良 SPH 法適用)

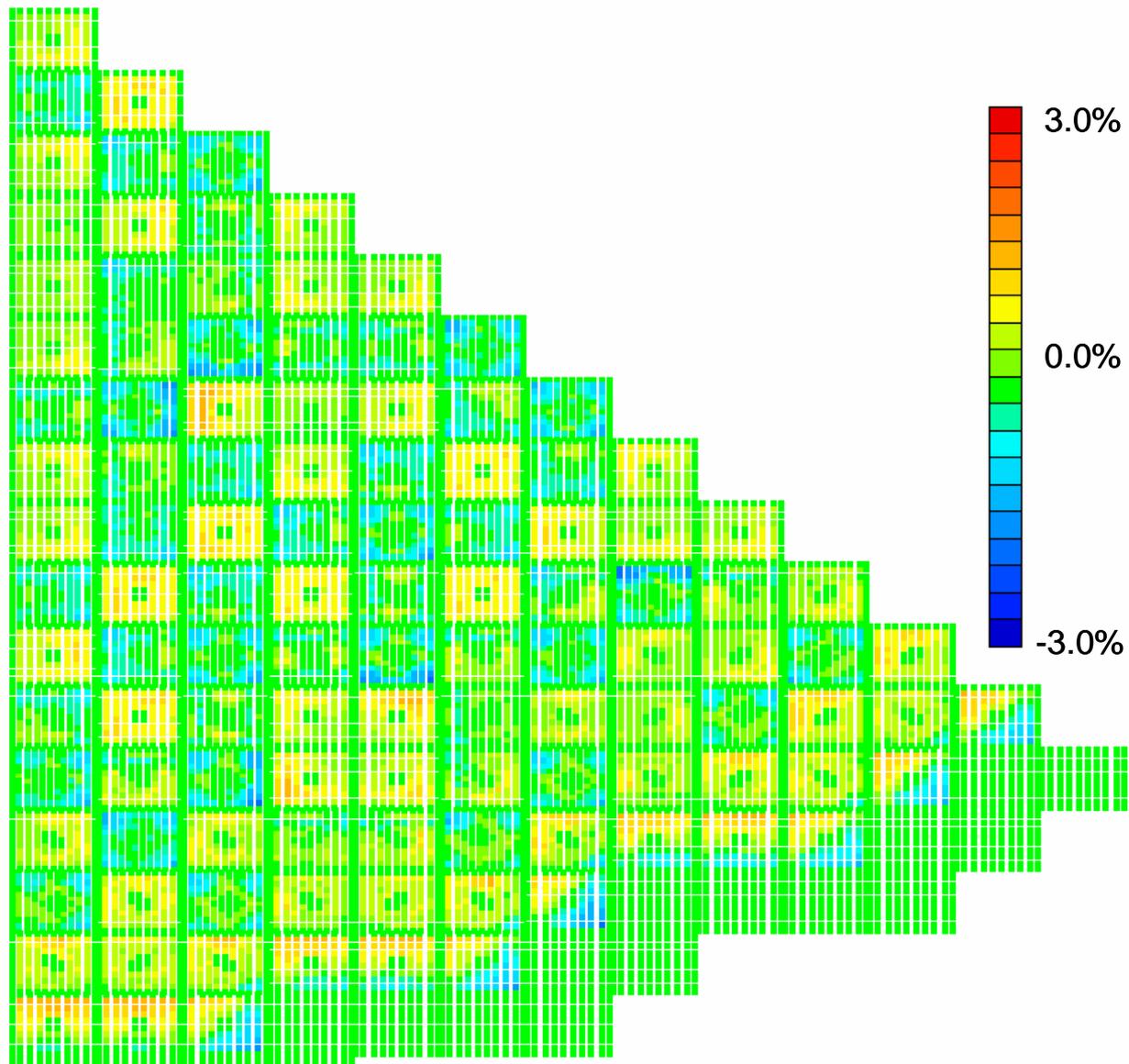


図 6.26 Core\_1 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異  
(改良 SPH 法適用)

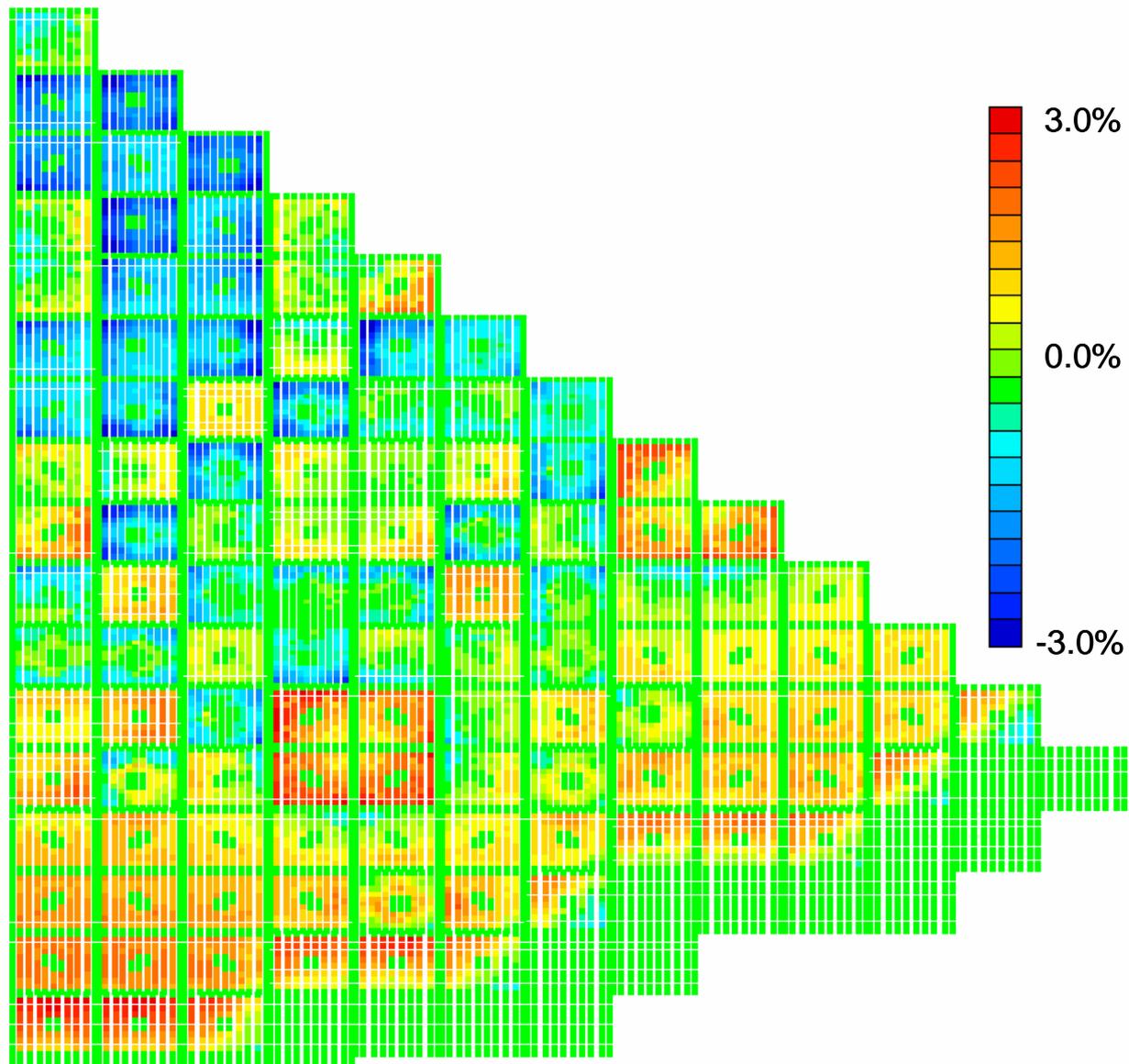


図 6.27 Core\_2 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異  
(改良 SPH 法適用)

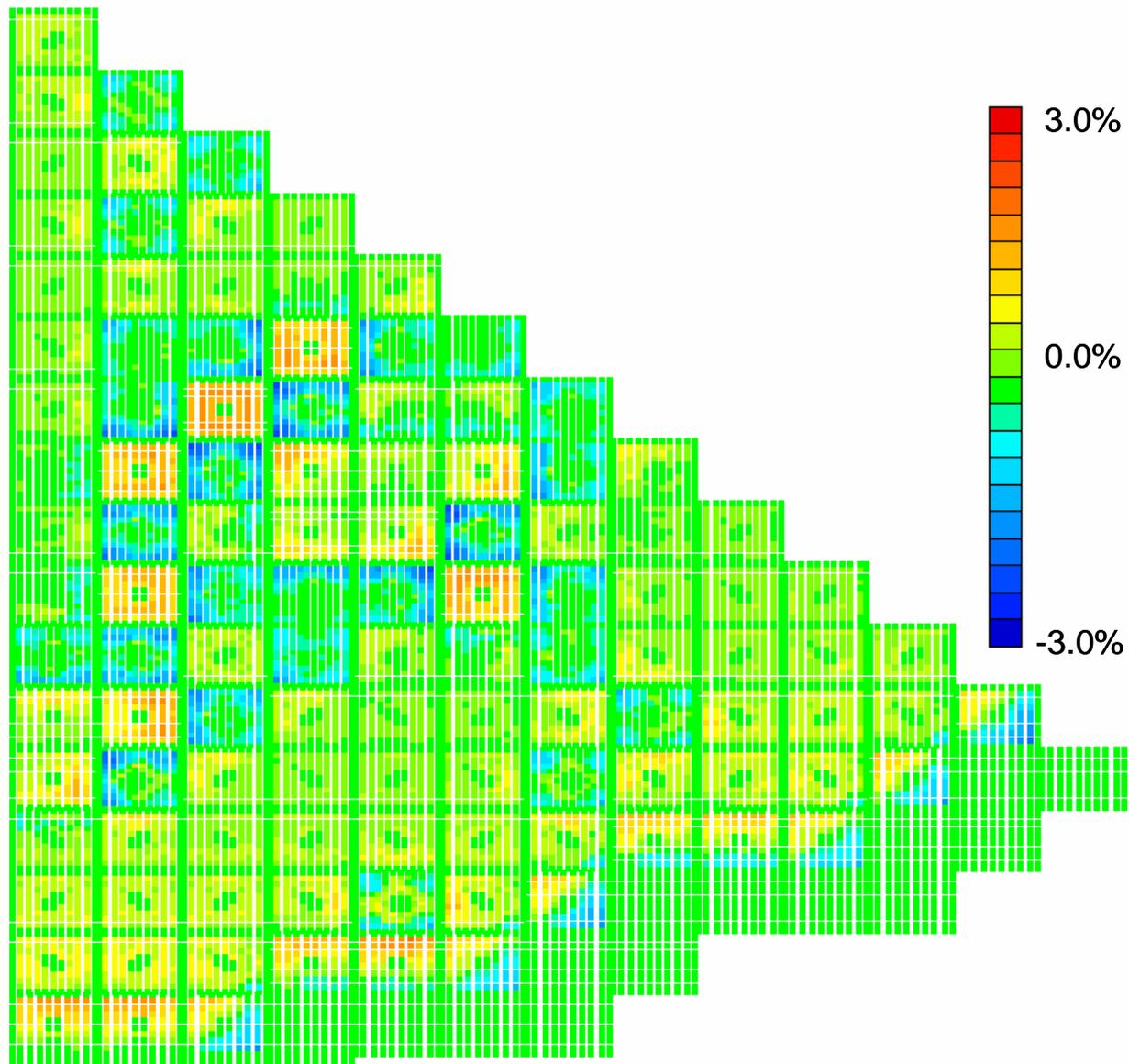


図 6.28 Core\_2 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異  
(改良 SPH 法適用)

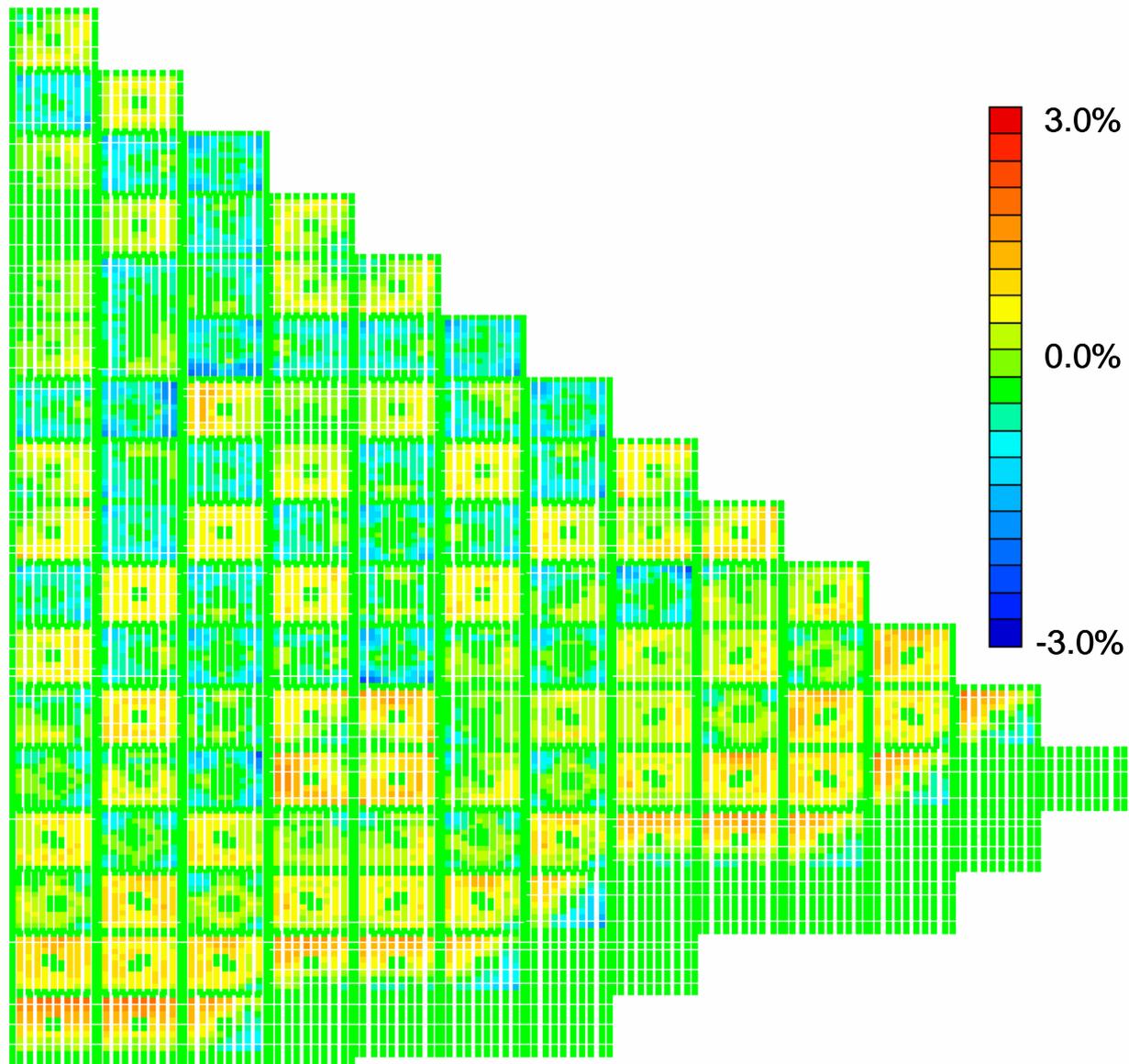


図 6.29 Core\_1 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異  
(集合体境界に不連続因子を適用)

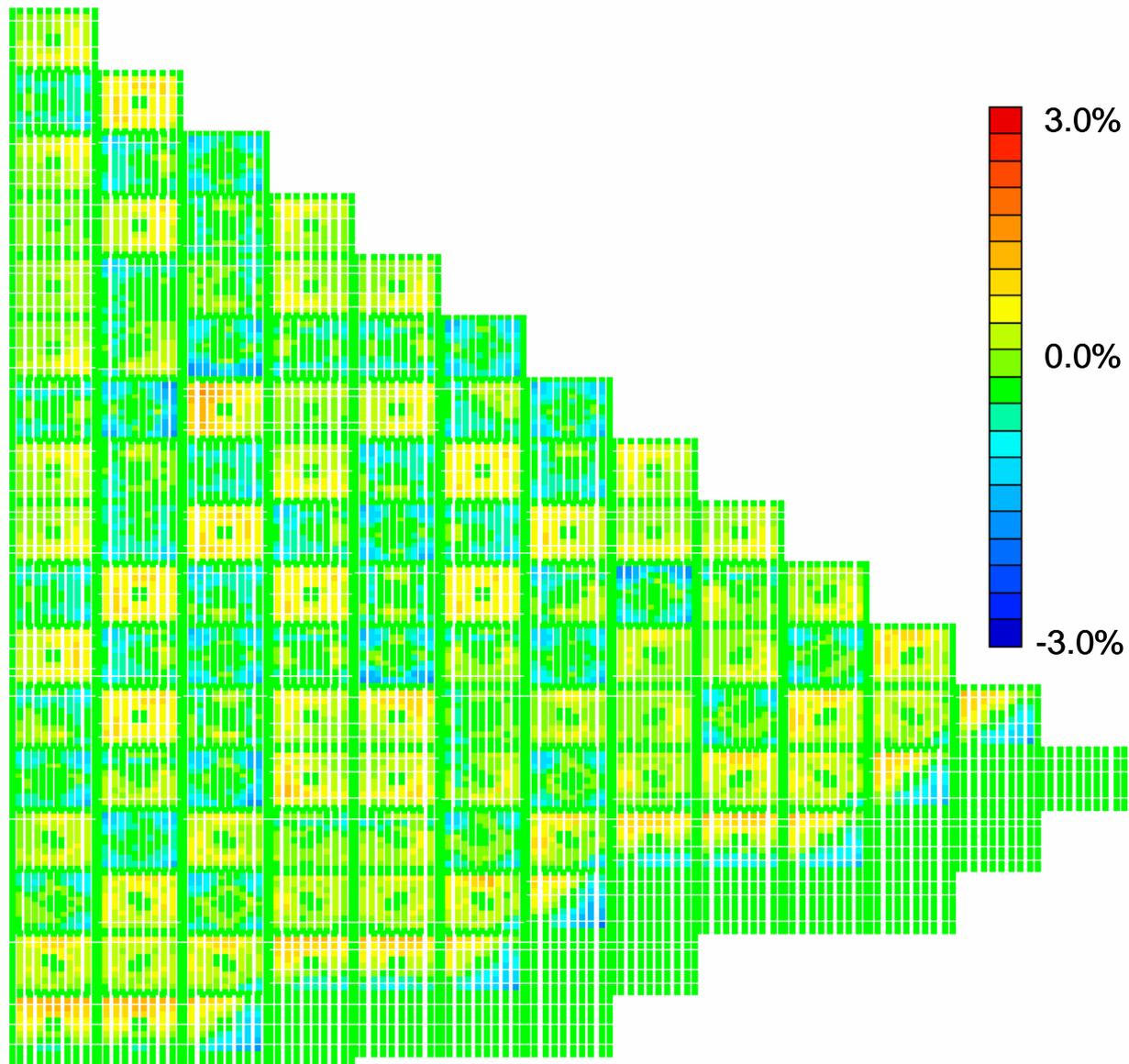


図 6.30 Core\_1 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異  
(集合体境界に不連続因子を適用)

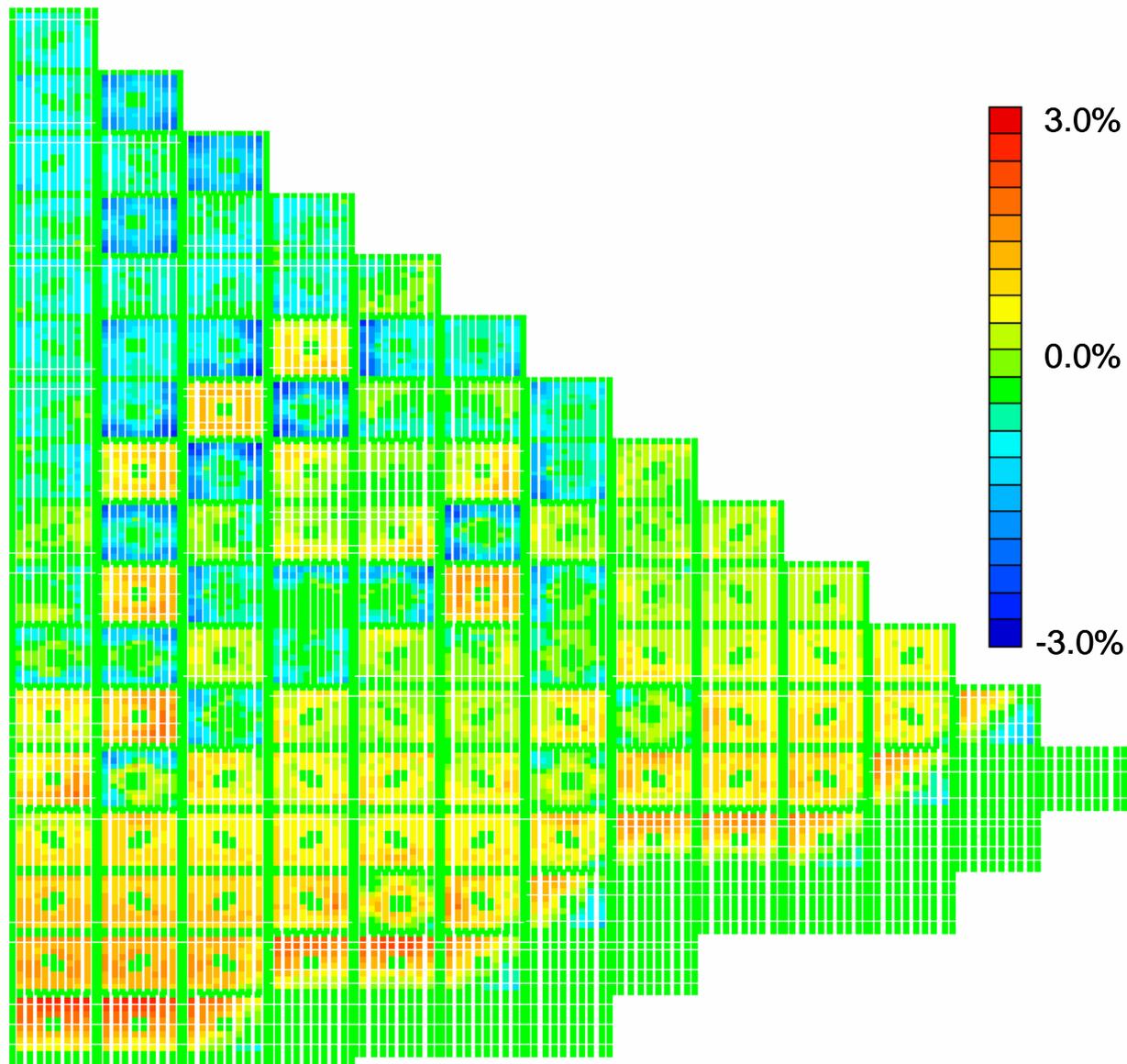


図 6.31 Core\_2 体系、Void70%、制御棒挿入時の非均質体系との差異  
(集合体境界に不連続因子を適用)

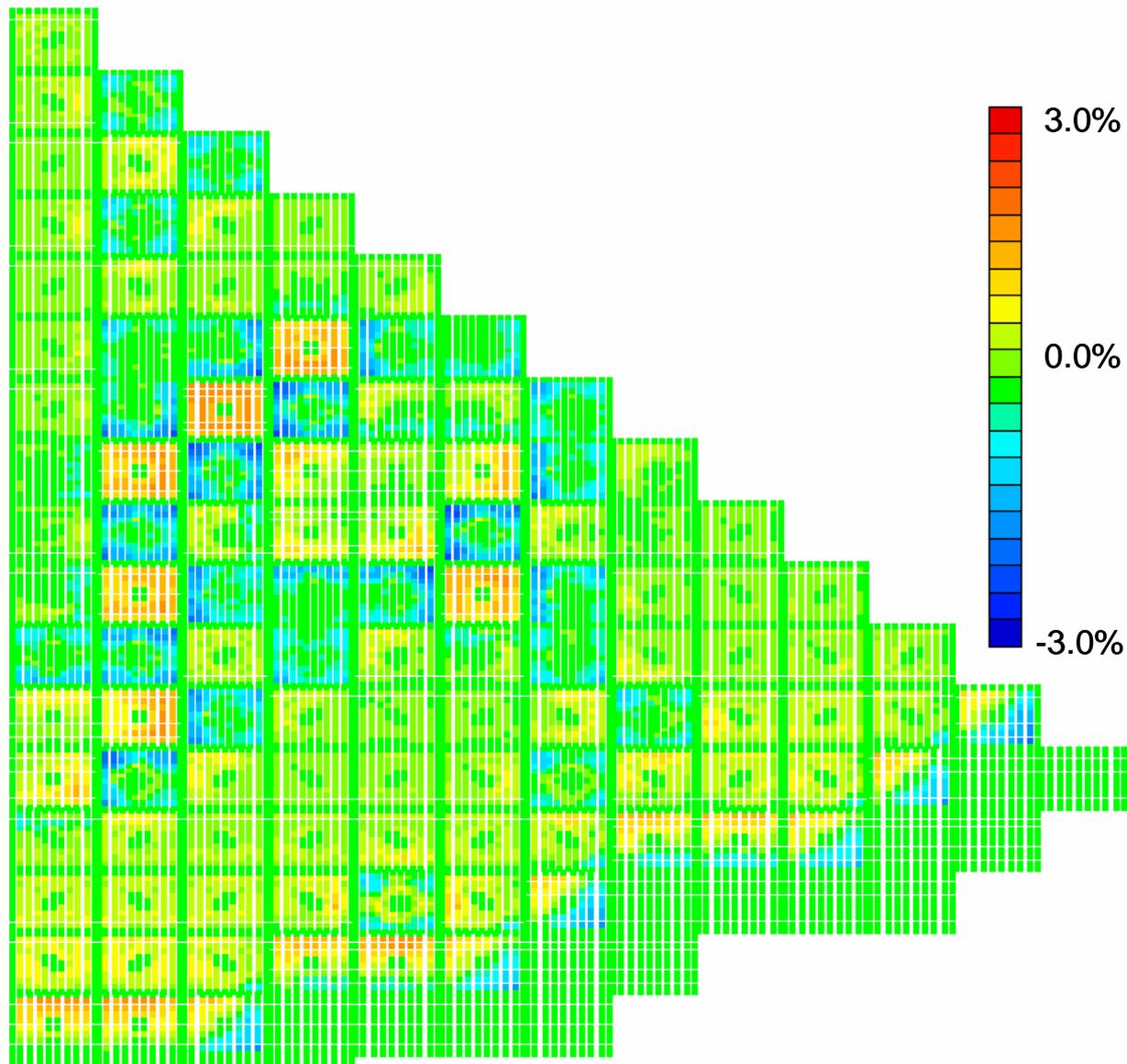


図 6.32 Core\_2 体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異  
(集合体境界に不連続因子を適用)

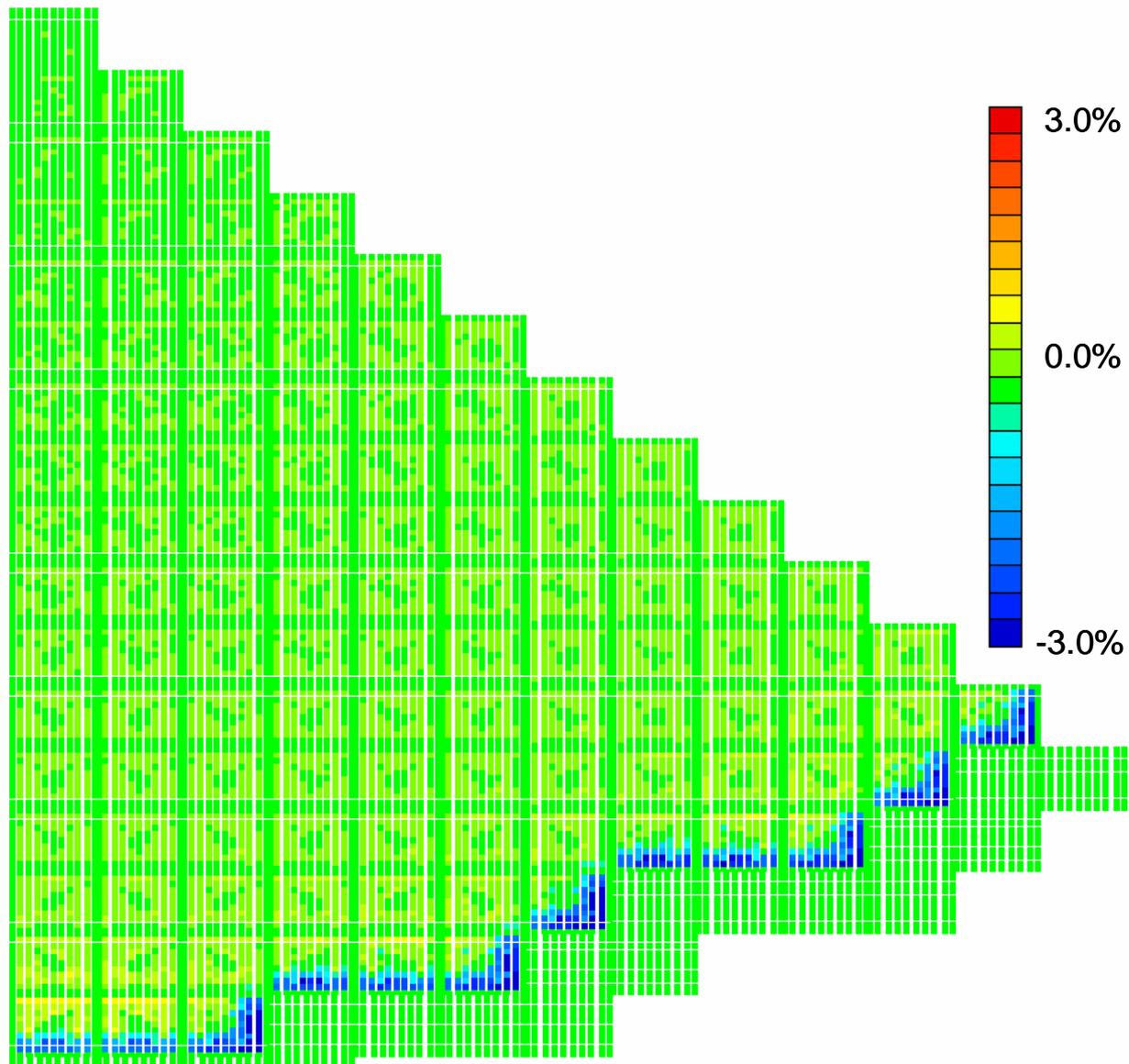


図 6.33 9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体のみの体系、Void70%、制御棒非挿入時の非均質体系との差異  
(集合体境界に不連続因子を適用)

## 6.4 仮想的な三次元ABWR炉心体系の計算とその計算コスト

三次元 ABWR 炉心体系を計算する場合、どの程度の計算コストが必要なのか、実際に計算を行って検証した。図 6.34 に仮想的な三次元 ABWR 炉心の 1/4 炉心体系を示す。なお、集合体配置は Core\_1、Core\_2 のものを用いた。

比較可能な計算コードがなかったため、計算精度の比較はしていない。そこで、ここでは計算コストについてのみ言及するものとする。計算には輸送計算手法として SP3 法を用い、燃料セル内を 1pin/1mesh に分割し、空間離散化手法として有限差分法、多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の三通りについて計算を行った。収束条件は実効増倍率が  $1.0 \times 10^{-6}$ 、中性子束が  $1.0 \times 10^{-5}$  で、加速法に GCMR 法を用いた。後退加速因子は 0.7、粗メッシュ拡散計算の間隔は詳細メッシュ輸送計算 3 回ごとに行うものとした。

計算の結果、多項式解析的ノード法+SSS 法を用いた場合は計算が収束しなかった。そこで色々条件を変えて計算を行ったところ、上下の反射体領域が存在する場合に計算が収束しないことが分かった。これは IAEA3D ベンチマークの場合には見られなかった現象であり、現在原因について検討を行っている。

表 6-18 に結果を示す。有限差分法、多項式解析的ノード法については Core\_1、Core\_2 共に収束し、外部反復回数は 90~100 回程度、計算時間は 1~1.5 時間程度であることが分かった。なお、計算に必要なメモリー容量は約 1.7G であった。二次元体系では必要なメモリー容量が 65MB であったことから、ノード数に比例してメモリー容量も増加していることが分かる。

1 章でも述べたように核計算は燃焼計算や熱水力カップリング計算の際に何度も計算を行う必要がある。そこで更なる計算速度の向上が求められる。

本研究においても加速法の収束性について様々な条件で計算を行ったが、更に収束性を向上させる余地はまだ十分にあると考えられる。そこでより収束性の向上した加速法の検討が今後の研究課題として挙げられる。また、Appendix でも述べるが、現在の計算手法は並列計算が主流になりつつある。そこで並列計算を本計算コードにも取り入れることも計算速度向上の面から有効である。

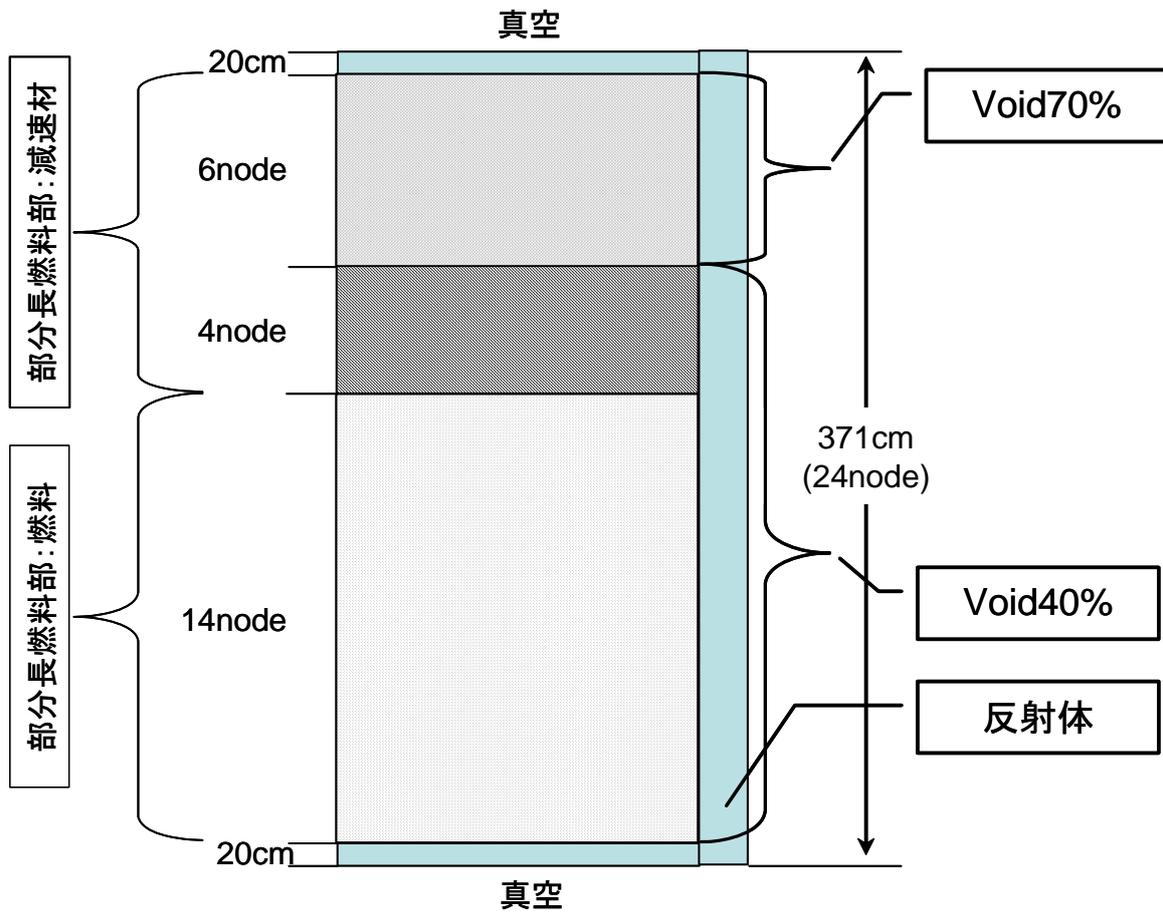


図 6.34 仮想的な三次元 ABWR 炉心体系

表 6-18 仮想的な三次元 ABWR 体系を計算した差異の計算時間

		外部反復回数	計算時間 (s)
Core_1	FD	116	5161
	NODE	96	4593
Core_2	FD	106	3820
	NODE	86	3421

## 6.5 まとめ

3章～5章の結果から、三次元 Pin-by-pin 計算コードを作成し、その計算精度について検討を行った。また、加速法の適用についても検討を行った。

まず、IAEA3D ベンチマークを用いて加速法の適用について検討を行った。その結果、後退加速因子の適用や GCMR 法の式を改良することでより収束性を高められることが分かった。

BWR 炉心での計算精度を検証するため、二次元炉心計算を行い、非均質体系との結果を比較した。その結果、SPH 法を適用するだけでは MOX 燃料集合体が装荷されている領域で非均質体系との差異が大きくなってしまっていたことが分かった。そこでこの問題を解決するため、改良 SPH 法の適用や集合体境界への不連続因子の適用などについて検討を行ったところ、集合体境界に不連続因子を適用することにより、SPH 法で見られたような大きな差異は見られなくなった。しかし、炉心内部と外周部とで非均質体系との差異の傾向が異なっていることが分かった。特に炉心外周部で非均質体系との差異が

大きくなっている。また、この傾向は炉心に全て同じ  $\text{UO}_2$  燃料集合体を装荷した体系においても同様の傾向が見られることが分かった。この問題については現在原因を調査中である。

また、三次元 ABWR 炉心体系においても計算コストの検証を行った。その結果、計算時間は約 1 時間、必要なメモリー量は 1.7G であった。計算時間については加速法などにまだ改良の余地があり、さらなる計算速度の向上が期待出来る。

## 7. 結論

---

### 7.1 結論

BWR 炉心解析の高精度化を目的として、三次元 Pin-by-pin 炉心計算手法の BWR への適用を検討した。炉心解析は主に核計算、熱水力計算、燃焼計算から構成されるが、本研究では核計算手法の高精度化について検討を行った。BWR 炉心核計算手法に三次元 Pin-by-pin 計算を適用することを検討する場合、いくつかの問題点が挙げられる。

BWR 炉心核計算手法に三次元 Pin-by-pin 計算を適用する際の問題点として、本研究では次の三つの挙げ、それらについて検討を行った。なお、これらの検討は軸方向にはメッシュ不整合領域が存在しないことや、メッシュ誤差の低減などの検討は二次元で実施することが出来るなどのことから二次元体系において検討を行った。

1. 三次元 Pin-by-pin 計算に用いる輸送計算手法の検討
2. メッシュ不整合体系を取り扱い可能な Simplified P3 (SP3)法計算コードの検討
3. 空間離散化誤差低減手法の検討

まず、三次元 Pin-by-pin 計算に用いる輸送計算手法について検討を行った。本研究では三次元 Pin-by-pin 計算に用いる輸送計算手法として、計算精度の面では Characteristics 法 (MOC)や衝突確率法のような詳細輸送計算手法にやや劣るものの計算時間の短い、拡散計算及び SP3 法を三次元 Pin-by-pin 計算に用いる輸送計算手法として挙げ、両者の計算精度を比較した。計算体系には  $9 \times 9$  ステップⅢ燃料を用い、平均濃縮度 4.0wt% の高濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体と平均濃縮度 0.9wt% の低濃縮  $\text{UO}_2$  燃料集合体からなる  $2 \times 2$  燃料集合体体系を用い、非均質体系を MOC 計算コード AEGIS で計算した結果と比較した。なお、均質化誤差低減手法として SPH 法を単一集合体体系において適用した。

その結果、SP3 法を三次元 Pin-by-pin 計算手法に用いることで、短時間で詳細輸送計算手法に近い計算精度で計算出来ることが分かった。また、SPH 法を適用することで均質化誤差が低減できることが分かった。

BWR では燃料集合体の高燃焼度化に伴い、燃料集合体内の燃料棒本数が増加してきた。そのため、 $8 \times 8$  燃料集合体や  $9 \times 9$  燃料集合体のように炉内で燃料棒本数の異なる燃料集合体が隣接する場合がある。そのような体系を燃料棒単位で均質化を行うと、体系内に集合体境界でメッシュが食い違うメッシュ不整合領域が発生する。従来の SP3 法計算コードではこのようなメッシュ不整合体系を取り扱うことが出来なかった。そこで本研究ではメッシュ不整合体系を取り扱い可能な SP3 法計算コードの開発について検討を行った。計算体系には平均濃縮度 5.3wt% の  $9 \times 9$   $\text{UO}_2$  燃料集合体(ステップⅢ燃料)と平均 Pu-fissile 富化度 8.2wt% の  $10 \times 10$  MOX 燃料集合体(Atrium10)からなる  $2 \times 2$  燃料集合体体系を用い、非均質体系を AEGIS で計算した結果と比較した。なお、均質化誤差低減手法として SPH 法を単一集合体体系において適用した。

その結果、中性子束の計算に応答行列法を用い、集合体境界においてセル内の放出中性子流分布を 0 次関数で補間することで高い計算精度が得られることが分かった。

これら二つの検討では高い計算精度を得るためには燃料セル内をさらに  $4 \times 4$  に分割する必要があることが分かった。しかし、燃料セル内をさらに詳細に分割することは計算時間、メモリー容量の観点から現実的ではない。そこで本研究では 1pin/1mesh でも高い計算精度が得られる空間離散化手法の

適用について検討を行った。空間離散化手法として今までの検討で用いていた有限差分法を適用した場合に加えて、中性子源を 0 次と近似した多項式解析的ノード法を適用した場合、多項式解析的ノード法に Scattered source subtraction (SSS)法を適用した場合の三つを挙げ、それぞれの計算精度を比較した。計算体系は以前の検討で用いた  $9 \times 9$  の高濃縮  $UO_2$  燃料集合体と低濃縮燃料集合体からなる  $2 \times 2$  燃料集合体体系  $2 \times 2$  燃料集合体体系を用いた。従来の計算コードでは、メッシュ不整合体系を取り扱うことは出来なかった。そのため、メッシュ不整合体系におけるそれぞれの空間離散化手法の計算精度は未知である。そこで本検討では、 $9 \times 9 UO_2$  燃料集合体と  $10 \times 10 MOX$  燃料集合体からなる  $2 \times 2$  燃料集合体体系についても計算を行い、その計算精度を比較した。なお、これまでの検討と同様に計算精度の検証には非均質体系を AEGIS で計算した結果を用い、非均質体系の計算結果と比較した。また、均質化誤差低減手法として SPH 法を単一集合体体系において適用した

その結果、SSS 法を適用した多項式解析的ノード法を用いることで 1pin/1mesh でも高い計算精度が得られることが分かった。また、メッシュ不整合体系においても SSS 法を適用した多項式解析的ノード法を用いることで空間離散化誤差が低減できることが分かった。

前述したように、これら 3 つの検討は二次元体系において検討を行った。しかし、BWR では部分長燃料が入った燃料集合体が炉内に装荷されていることや、軸方向にボイド率分布が存在することなどのことから、炉心解析には三次元における取り扱いが必要不可欠である。そこでこれらの検討を踏まえ、三次元 Pin-by-pin 計算コードの開発に取り組んだ。

二次元体系では対象とした計算体系が小さいことなどから計算時間を大幅に短縮させる加速法は用いていなかった。しかし、三次元 BWR 炉心計算を行う場合、加速法を適用しないことは計算時間の観点から現実的ではない。そのため、本研究では加速法として Generalized Coarse Mesh Rebalance (GCMR)法を適用し、計算時間の高速化についても検討を行った。

本研究では中性子束の計算に応答行列法を用いている。応答行列法を用いた場合、GCMR 法を用いることで大幅に計算時間が短縮されるものの、十分ではないことが分かった。そのため、GCMR 法の係数や計算式を変化させてより計算時間が短縮される加速法の検討を行った。これらの改良の結果、実用的な計算時間で計算することが可能となった。なお、改良した GCMR 法を適用することで、加速法を適用しない場合に比べて計算時間が大幅に短縮することが可能となった。

これらの検討から三次元燃料棒単位詳細メッシュ炉心計算コード SUBARU を開発した。SUBARU には以下の特徴がある。

1. 三次元燃料棒単位詳細メッシュ炉心核計算
2. 輸送計算手法として SP3 法、拡散計算を選択可能
3. 応答行列法を利用
4. メッシュ不整合体系を取り扱い可能
5. 集合体の回転が可能
6. 空間離散化手法として有限差分法、中性子源を一定と仮定した多項式解析的ノード法、多項式解析的ノード法+SSS 法の三通りの選択が可能
7. 加速法として GCMR 法を適用
8. 集合体境界で不連続因子を適用可能

SUBARU の計算精度の比較に適した三次元詳細輸送計算コードがなかったため、仮想的な二次元 ABWR 炉心体系を新たに設計し、非均質体系を MOC 計算コード CHAPLET で計算した結果と比較した。なお、均質化誤差低減のため、集合体単位で SPH 法を、集合体境界で不連続因子を適

用した。計算に用いた仮想的な ABWR 炉心体系は平均濃縮度 0.95wt% の 8×8 低濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体 (ステップⅡ燃料)、平均濃縮度 3.50wt% の 9×9 高濃縮 UO<sub>2</sub> 燃料集合体 (ステップⅢ燃料) 及び平均 Pu-fissile 富化度 3.50wt% の 10×10MOX 燃料集合体 (Atrium10) の三種類の燃料集合体から構成されている。

計算の結果、三次元 Pin-by-pin 計算コードは高い計算精度を有していることが分かった。しかし、炉心内部と炉心外周部で MOC との差異の傾向が異なっていることや、炉心外周部で MOC との差異が若干大きいなどいくつかの問題点があることから、これらの問題点を解決することで更なる計算精度の向上が可能だと考えている。そこで現在それらの原因について検討を行っている。なお、仮想的な三次元 ABWR1/4 炉心体系を設計し、計算時間の検証を行ったところ、必要なメモリー容量は約 1.7GB、計算時間は約 1 時間であった。

## 7.2 今後の課題

本研究で燃料棒単位詳細メッシュ核計算手法を BWR 炉心計算に適用する際の問題点についての検討を行った。しかし、加速法の収束性の向上や、Appendix A で説明する、中性子源を 2 次と仮定した多項式解析的ノード法の軸方向への適用や、Appendix C で説明する計算コードの並列化など、検討すべき課題は多い。そこで更なる高精度化及び高速化に向けてこれらの問題についても検討を行っていく予定である。

また、本研究では核計算手法の高精度化に焦点を当てて取り組んだ。BWR 炉心解析の計算精度を向上させるためには核計算だけでなく、熱水力計算、燃焼計算についても同様に燃料棒単位計算を行い、計算精度を向上させる必要がある。

現在でも COBRA<sup>[37]</sup> のように燃料棒単位のサブチャンネル解析を行うことが可能な熱水力計算コードは存在するが、非常に長い計算時間を必要とする。そこでより高速かつ高精度な熱水力計算コードの開発が必要である。

また、熱水力計算と同様に燃焼計算についても高速化及び高精度化の検討を行う必要がある。

今後はこの熱水力計算、燃焼計算の二つの計算手法の高速化、高精度化に取り組む予定である。

## 参考文献

---

- 1) J. Kierkegaard, "Comparison of SIMULATE-3 and POLCA7 for Forsmark-1," *Meeting on Reactor Physics Calculations in the Nordic Countries*
- 2) 日本原子力学会, "燃料の型式認定及び解析コードの認証に係る精度の調査と提言," 日本原子力学会誌, **48**, 2, p18, (2006).
- 3) T. Takeda, "Neutronics Codes Currently Used in Japan for Fast and Thermal Reactor Applications," *Proc. PHYSOR2004*, Chicago, USA, April 25-29, 2004, (2004). [CD-ROM]
- 4) M. Tatsumi, A. Yamamoto, "Advanced Core Calculation Based on Multi-group Nodal Transport Method in Three-dimensional Pin-by-pin Geometry," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **40**, 6, (2004).
- 5) K. Tada, A. Yamamoto, Y. Kitamura, Y. Yamane "Application of Pin-by-pin Fine Mesh Calculation Method to BWR Core Analysis," *Proc. Physor2006*, Vancouver, Canada, Sep. 10-14, 2006, (2006).
- 6) E. W. Larsen, J. E. Morel, John M. McGhee, "Asymptotic Derivation of the Multigroup P1 and Simplified PN Equations with Anisotropic Scattering," *Nucl. Sci. Eng.*, **123**, p.328-342, (1996).
- 7) 小林啓祐, "原子炉物理," コロナ社, (1996).
- 8) 日本機械学会流体工学部門, "3.気液二相流に関する話題," 流れ 2003年8月号, (2003).
- 9) 日本原子力学会熱流動部会, "気液二相流の数値解析," p.35, 朝倉書店, (1993).
- 10) P. Conington, R. Macian, "A Study of The Performance of Void Fraction Correlations Used in The Context of Drift-Flux Two-Phase Flow Models," *Nucl. Eng. Design*, **215**, 199, (2002).
- 11) 奥村啓介, "MVP-BURN 利用マニュアル(暫定版 v2.22)," (2004).
- 12) 山本章夫, "燃焼の基礎理論," 第38回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, P.1, (2006).
- 13) 奥村啓介, "近代ノード法と不連続因子の基礎," 第36回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会, P.81, (2004).
- 14) 奥村啓介, "MOSRA-Light ; ベクトル計算機のための高速 3次元中性子拡散ノード法コード," JAERI-Data/Code 98-025, P.37, 日本原子力研究所, (1998).
- 15) Y. A. Chao, "Coarse Mesh Finite Difference Methods and Applications," *Proc. Physor2000*, Pittsburgh, Pennsylvania, May 7-12, 2000, p. IX.D-2, (2000).
- 16) A. Yamamoto, "Generalized Coarse-Mesh Rebalance Method for Acceleration of Neutron Transport Calculations," *Nucl. Sci. Eng.*, **115**, pp.274-282, (2005).
- 17) A. Hebert, "A Consistent Technique for the Pin-by-pin Homogenization of a Pressurized Water Reactor Assembly," *Nucl. Sci. Eng.*, **113**, 227, (1993).
- 18) K. Tada, A. Yamamoto et al., "Applicability of The Diffusion and Simplified P3 Theories for BWR Pin-by-pin Core Analyses," *Proc. ICONE-15*, Nagoya, Japan, April. 22-26, 2007, (2007). [CD-ROM]
- 19) K. Tada, A. Yamamoto, et al., "Treatment of Staggered Mesh in BWR Pin-by-pin Fine Mesh Core Analysis," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **96**, 508, (2007).
- 20) A. Yamamoto, K. Tada et al., "Applicability of the SP3 Nodal Method for BWR Pin-by-pin Core Analysis with Staggered Mesh," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **97**, (2007).
- 21) Y. A. Chao, "A theoretical analysis of the coarse mesh finite difference representation in advanced nodal methods," *Proc. M&C'99*, Madrid, Spain, Sept., 1999, Vol.1, P.117, (1999).

- 22) A. Yamamoto, M. Tatsumi, "Improvement of Spatial Discretization Error on the Semi-analytic Nodal Method Using the Scattered Source Subtraction Method," *J. Nucl. Sci. Eng.*, **43**, 1481, (2006).
- 23) 水島二郎, 柳瀬眞一郎, "理工学のための数値計算法," P.106, 数理工学社, (2002).
- 24) K. S. Smith, "Nodal Method Storage Reduction by Non-linear Iteration," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **44**, 265, (1984).
- 25) N. Sugimura, A. Yamamoto, T. Ushio, M. Mori, M. Tabuchi, T. Endo "Neutron Transport Models of AEGIS: An Advanced Next-Generation Neutronics Design System," *Nucl. Sci. Eng.*, **155**, 276, (2007).
- 26) K. Tuchihasi, Y. Ishiguchi, K. Kaneko, M. Ido "Revised SRAC Code System," JAERI 1302, Japan Atomic Energy Research Institute, (1986).
- 27) A. Yamamoto, T. Ikehara, T. Ito, E. Saji "Benchmark Problem Suite for Reactor Physics Study of LWR Next Generation Fuels," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**, 900, (2002).
- 28) A. Yamamoto, M. Tabuchi, N. Sugimura, T. Ushio, M. Mori, "Derivation of Optimum Polar Angle Quadrature Set for the Method of Characteristics Based on Approximation Error for the Bickley Function," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**, 129, (2007).
- 29) *Benchmark on Deterministic Transport Calculations without Spatial Homogenization*, Nuclear Energy Agency, NEA/NSC/DOC (2003), 16, (2003).
- 30) Benchmark Problem Book, ANL-7416, Suppl. 2, Argonne National Laboratory, (1977).
- 31) A. Yamamoto, Y. Kitamura, T. Ushio, N. Sugimura, "Convergence Improvement of Coarse Mesh Rebalance Method of Neutron Transport Calculations," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **41**, 781, (2004).
- 32) 遠藤知弘, "対話型炉心核特性計算コード Interactive Core simulator for Education(ICE) 使用マニュアル," (2005).
- 33) H. Okuno, Y. Naito, K. Suyama, "OECD/NEA Burnup Credit Criticality Benchmarks Phase IIIB: Burnup Calculations of BWR Fuel Assemblies for Storage and Transport," JAERI-Research 2002-001, P.68, Japan Atomic Energy Research Institute, (2002).
- 34) 炉物理研究委員会, "軽水炉次世代燃料の炉物理に関するベンチマーク問題の提案及び解析結果", JAERI-Research-2001-046, (2001).
- 35) 小坂進矢, "軽水炉炉心計算におけるキャラクターリスティクス法に基づく効率的輸送計算手法の開発とその応用," 博士論文, 大阪大学, (2005).
- 36) A. Yamamoto, M. Tatsumi, Y. Kitamura, Y. Yamane, "Improvement of the SPH Method for Pin-by-Pin Core Calculations," *J. Nucl. Sci. Technol.*, **41**, 1155, (2004).
- 37) C. L. Wheeler, et al., "COBRA-IV-I: An Interim Version of COBRA for Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements and Cores," BNWL-1962, (1976).
- 38) 秋山守, 有富正憲, "新しい気液二相流数値解析 -多次元流動解析-, " コロナ社, (2002).
- 39) 池田秀晃, "3次元熱水力結合モデルの高度化と BWR 過渡解析への適用," 博士論文, 大阪大学, (2002).
- 40) "BWR 核熱水力安定性評価の現状と課題," 日本原子力学会, (2001).
- 41) W. Gropp, W. Lusk, R. Thakur 著, 畑崎隆雄訳, "実践 MPI-2," ピアソン・エデュケーション, (2002).
- 42) 安田絹子, 小林林広, 飯塚博道, 阿部貴之, 青柳信吾, "マルチコア CPU のための並列プログラミング," 秀和システム, (2006).

## A) APPENDIX A 軸方向への多項式解析的ノード法の適用

### A.1 中性子源を二次式で近似した多項式解析的ノード法の導出

2章で空間離散化手法として多項式解析的ノード法について説明した。2章では中性子源を0次と仮定した場合であった。三次元 Pin-by-pin 計算では径方向は燃料棒単位にメッシュを切っているため、中性子源を0次と仮定してもそれほど問題はなかった。しかし、軸方向は1メッシュ20cm程度と非常に大きいため、中性子源を0次と仮定した場合、この仮定が原因で有限差分法よりもメッシュ誤差が大きくなってしまう可能性がある。そこで本研究では軸方向の中性子源を2次と仮定した場合の多項式解析的ノード法の適用を検討した。

まず、中性子源を2次と仮定した多項式解析的ノード法の導出について説明する。中性子源を二次式とすると、中性子源を0次と仮定した場合と同様に以下の連立微分方程式が得られる。

$$-D \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} + \Sigma_r \phi(z) = az^2 + bz + c \quad (\text{A.1})$$

$$\phi(h) = 2(J^+(h) + J^-(h)) \quad (\text{A.2})$$

$$-D \left. \frac{d\phi(z)}{dz} \right|_{z=h} = J^+(h) - J^-(h) \quad (\text{A.3})$$

ここでa,b,cは中性子源を二次式とした時の係数であり、中性子源が一定の場合はa=b=0, c=Sとなる。なお、2章と同様に多項式解析的ノード法の導出はエネルギー群数に依存しないため、エネルギー群数の表記は省略する。(A.1)式は二次の微分方程式であるので、微分方程式を解くと

$$\phi(z) = A \exp\left(\sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} z\right) + B \exp\left(-\sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} z\right) + \frac{1}{\Sigma_r} \left\{ az^2 + bz + \left( c + \frac{2aD}{\Sigma_r} \right) \right\} \quad (\text{A.4})$$

となる。ここでA,Bは定数である。(A.4)~(A.3)式よりA,Bを求める。平均中性子束 $\bar{\phi}$ は

$$\bar{\phi} = \frac{\int_0^h \phi(z) dz}{h} \quad (\text{A.5})$$

と表せる。ここまでは2章で説明した中性子源を0次とした場合と同様である。ここで式を整理すると

$$J^+(h) = \mu J^-(h) + \eta \bar{\phi} + \xi \quad (\text{A.6})$$

となる。ここで

$$\mu = \frac{\left(1 - \frac{4}{h} D^*\right)}{\left(1 + \frac{4}{h} D^*\right)}, \quad \eta = \frac{\frac{4}{h} D^* \gamma}{\left(1 + \frac{4}{h} D^*\right)} \quad (\text{A.7})$$

$$D^* = D \frac{\{1 + \exp(h\kappa)\} h\kappa}{2\{-1 + \exp(2h\kappa)\}}, \quad \gamma = \frac{2 \exp(h\kappa) h\kappa}{-1 + \exp(2h\kappa)}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{\Sigma_r}{D}} \quad (\text{A.8})$$

である。中性子源を0次とした場合はSが定数であったために $\xi$ も定数だったが、今回は2次式である。そのため、 $\xi$ も次のように複雑な式になる。

$$\xi = p \cdot a + q \cdot b + r \cdot c \quad (\text{A.9})$$

$$p = \frac{2D \exp(hk) \left[ 6Dk \{-hk + \sinh(hk)\} + h \{6 - h^2 k^2 - 6 \cosh(hk) + 3hk \cdot \sinh(hk)\} \Sigma_r \right]}{3 \{ \exp(hk) - 1 \} \cdot \{ 2Dk - 1 + (2Dk + 1) \exp(hk) \} \Sigma_r^2}$$

$$q = \frac{D \{ h^2 k^2 - 2 + 2 \cosh(hk) - 2hk \cdot \sinh(hk) \}}{2 \{ \cosh(hk) + 2Dk \cdot \sinh(hk) - 1 \} \Sigma_r}$$

$$r = \frac{Dk \{ \sinh(hk) - hk \}}{\{ \cosh(hk) + 2Dk \cdot \sinh(hk) - 1 \} \Sigma_r}$$

## A.2 中性子源を二次関数化した際の係数の導出

2章で説明した中性子源を0次と仮定した多項式解析的ノード法の式は中性子源の項が定数であったため、有限差分法の式と同様に計算コードに導入することが出来た。しかし、中性子源を2次と仮定した多項式解析的ノード法の式では中性子源に係数  $a, b, c$  が存在するため、 $a, b, c$  を計算する必要がある。そこでどのようにして  $a, b, c$  を計算するのかについて説明する。

図 A.1 に二次式で近似した中性子源を示す。中性子源は二次関数なので、 $a, b, c$  を求めるためには3式必要となる。それらのうち、二つは図 A.1 から

$$S(0) = c \quad (\text{A.10})$$

$$S(h) = ah^2 + bh + c \quad (\text{A.11})$$

である。ここで  $S(0)$ 、 $S(h)$  はメッシュ境界の中性子源である。残りの1式は平均中性子源  $\bar{S}$  から

$$\bar{S} = \frac{1}{h} \int_0^h S(z) dz = \frac{1}{3} ah^2 + \frac{1}{2} bh + c \quad (\text{A.12})$$

となる。(A.10)～(A.12)式から

$$a = \frac{3 \{ S(0) + S(h) - 2\bar{S} \}}{h^2}$$

$$b = -\frac{2 \{ 2S(0) + S(h) - 3\bar{S} \}}{h} \quad (\text{A.13})$$

$$c = S(0)$$

となる。中性子源を2次と仮定した多項式解析的ノード法は(A.13)式で導かれた  $a, b, c$  を(A.9)式に代入することで計算することが出来る。

(A.6)～(A.9)式及び(A.13)を用いることで中性子源を2次と仮定した多項式解析的ノード法が計算出来ることが分かった。しかし、平均中性子源は従来の計算でも使ってきた中性子源であるから問題ないが、メッシュ境界の中性子源をどう計算するかが問題となる。

メッシュ境界の中性子源はメッシュ表面の中性子束  $\phi^s(0)$ 、 $\phi^s(h)$  を用い、断面積はメッシュ内で一定であるとする、

$$S_g(0) = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g \in G} \nu \Sigma_{f,g} \phi_g^s(0) + \sum_{g \neq g'} \Sigma_{sc,g' \rightarrow g} \phi_{g'}^s(0) \quad (\text{A.14})$$

$$S_g(h) = \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g \in G} \nu \Sigma_{f,g} \phi_g^s(h) + \sum_{g \neq g'} \Sigma_{sc,g' \rightarrow g} \phi_{g'}^s(h) \quad (\text{A.15})$$

となる。なお、(A.14)、(A.15)式のみ、計算式の都合上エネルギー群  $g$  を導入した。

このように、中性子源を2次式と仮定した多項式解析的ノード法は(A.14)、(A.15)式及び(A.12)、(A.13)式を用いて  $a, b, c$  を求め、得られた  $a, b, c$  を用いて(A.6)～(A.9)式を用いて中性子束の計算を行っている。

中性子源を0次と仮定した多項式解析的ノード法では  $S(h/2)$  で対称になっているため、 $z=0$  と  $z=h$  での放出中性子流を同一の式を用いて計算することが出来た。しかし、中性子源を2次と仮定した場合、 $S(h/2)$  で対称になっていない場合は  $z=0$  と  $z=h$  で異なる式を用いなければならない。 $z=0$  の係数が(A.13)で表されるので、 $z=h$  での係数は  $S(0)$  と  $S(h)$  を入れ替えて

$$\begin{aligned} a &= \frac{3\{S(0)+S(h)-2\bar{S}\}}{h^2} \\ b &= -\frac{2\{2S(0)S(h)-3\bar{S}\}}{h} \\ c &= S(h) \end{aligned} \tag{A.16}$$

となり、 $z=0$  と  $z=h$  で  $c$  が変わることに注意する必要がある。

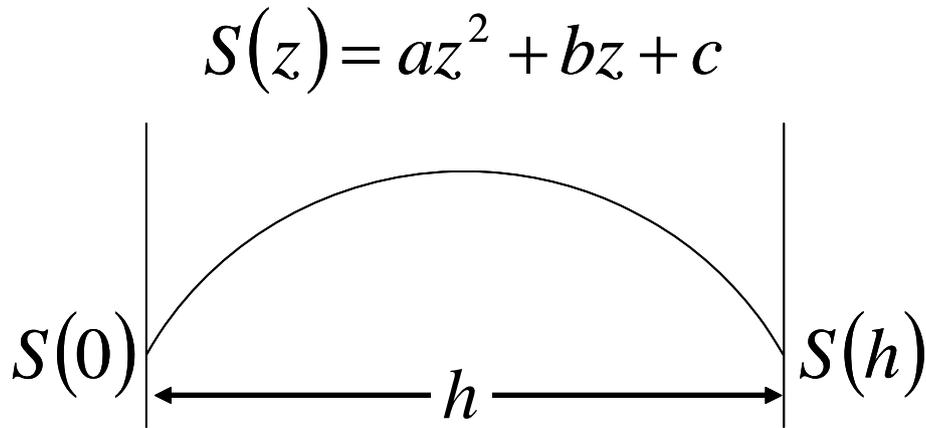


図 A.1 中性子源を二次式で近似した例

### A.3 横方向漏れの考慮

多項式解析的ノード法ではまた横方向の漏れについて(A.17)式を用いて考慮している。

$$\overline{S}_g^z = \overline{S}_g^z - R_g^z \tag{A.17}$$

ここで  $\overline{S}_g^z$  は横方向漏れを考慮した  $z$  軸方向の平均中性子源、 $R_g^z$  は  $z$  軸方向の横方向漏れで、(A.18)式で書き表される。

$$R_g^z = \frac{(J_{x+,g} - J_{x-,g})}{h_x} + \frac{(J_{y+,g} - J_{y-,g})}{h_y} \tag{A.18}$$

(A.17)式を用いて横方向漏れを考慮する場合、中性子源を2次と仮定した多項式解析的ノード法では横方向漏れも(A.19)式のように2次式と仮定する必要がある。

$$R(z) = a'z^2 + b'z + c' \tag{A.19}$$

となる。ここで  $a', b', c'$  は横方向漏れを 2 次式とした時の係数である。なお、説明を簡単にするため、エネルギー群  $g$  については省略した。

横方向漏れは(A.18)に示されるように、セル平均で計算される。そのため、隣接するセルの横方向漏れを用いて

$$R_{i-1} = \frac{1}{h_{i-1}} \int_{-h_{i-1}}^0 R(z) dz = \frac{1}{3} a' h_{i-1}^2 - \frac{1}{2} b' h_{i-1} + c' \quad (\text{A.20})$$

$$R_i = \frac{1}{h_i} \int_0^{h_i} R(z) dz = \frac{1}{3} a' h_i^2 + \frac{1}{2} b' h_i + c' \quad (\text{A.21})$$

$$R_{i+1} = \frac{1}{h_{i+1}} \int_{h_i}^{h_i+h_{i+1}} R(z) dz = \frac{1}{3} a' (h_{i+1}^2 + 3h_{i+1}h_i + 3h_i^2) + \frac{1}{2} b' (h_{i+1} + 2h_i) + c' \quad (\text{A.22})$$

ここで  $R_{i-1}$ ,  $R_i$ ,  $R_{i+1}$  及び  $h_{i-1}$ ,  $h_i$ ,  $h_{i+1}$  は、それぞれセル領域  $i-1, i, i+1$  での横方向漏れ及びメッシュ長さである。(A.20)式～(A.22)式から  $c'$  を消去すると

$$\frac{1}{3} a' (h_i - h_{i-1}) + \frac{1}{2} b' = \frac{R_i - R_{i-1}}{h_i + h_{i-1}} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{1}{3} a' (h_{i+1} + 2h_i) + \frac{1}{2} b' = \frac{R_{i+1} - R_i}{h_{i+1} + h_i} \quad (\text{A.24})$$

となる。(A.23)式、(A.24)式から  $a', b'$  を計算し、(A.20)式に代入して  $c'$  を計算すると、

$$a' = 3R'$$

$$b' = 2 \left\{ \frac{R_{i+1} - R_i}{h_{i+1} + h_i} - (h_{i+1} + 2h_i)R' \right\}$$

$$c' = \frac{(h_{i+1} + 2h_i)R_i - h_i R_{i+1}}{h_{i+1} + h_i} + (h_{i+1} + h_i)h_i R' \quad (\text{A.25})$$

$$R' = \frac{(h_i + h_{i-1})R_{i+1} - (h_{i+1} + 2h_i + h_{i-1})R_i + (h_{i+1} + h_i)R_{i-1}}{(h_{i+1} + h_i)(h_i + h_{i-1})(h_{i+1} + h_i + h_{i-1})}$$

となる。なお、横方向漏れについても一般的には  $S(h/2)$  で対称になっていないため、 $z=0$  と  $z=h$  で  $i-1$  と  $i+1$  を入れ替えた式を用いなければならないことに注意が必要である。

横方向漏れを考慮する場合、(A.17)式より(A.9)式は

$$\xi = p \cdot (a - a') + q \cdot (b - b') + r \cdot (c - c') \quad (\text{A.26})$$

となる。

#### A.4 導出した計算式の計算コードへの導入

(A.6)～(A.9)式、(A.13)～(A.15)式及び(A.25)～(A.26)式を用いて中性子源を 2 次と仮定した多項式解析的ノード法計算コードに導入することを検討した。しかし、現在のところ横方向漏れを考慮すると GCMR 法が収束しなくなるなど、色々な問題点があるため、現在検討中である。

## B) APPENDIX B 詳細メッシュ熱水力計算コード開発の検討

### B.1 熱水力計算とは

1 章で熱水力計算について説明した。そこで現在の熱水力計算コードで実際にどのような計算を行っているのかについて説明する。熱水力計算のうち、本論文では核計算に大きな影響を及ぼすボイド率の計算についての説明を行うことにする。

まず、ボイド率が核計算に影響を及ぼす理由について説明する。ボイド率が高くなると、減速材が少なくなるため中性子があまり減速されず、高速中性子が多くなりスペクトルが硬くなる。BWR では主に熱中性子を用いて核分裂反応を起こしているため、スペクトルが硬くなると核分裂数が減少し、実効増倍率が小さくなる。

図 B.1 に軸方向のボイド率分布と中性子束分布の例について示した。図 B.1 のように、軸方向のボイド率分布が異なると、中性子束に大きな影響を及ぼすことになる。図 B.1 はかなり誇張して書き表しているが、ボイド率の計算精度が炉心計算の計算精度に大きな影響を及ぼすことは分かるだろう。

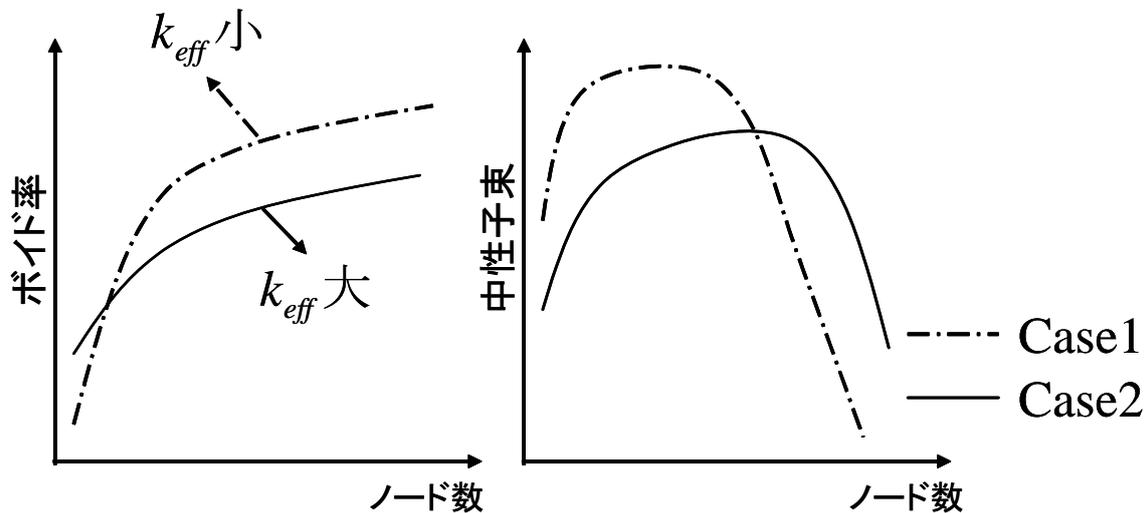


図 B.1 軸方向ボイド率と中性子束の関係

#### B.1.1 ボイド率の評価

ボイドが存在するという事は、液体と気体が混ざり合った混相流になっていることを意味している。この気液二相流を計算する計算モデルとして、気体と液体を区別して考慮する二相流モデル、気体と液体を混合した流体としてとらえる均質流モデル、さらにその中間のドリフトフラックスモデルなどが挙げられる。

二相流モデルは気体と液体を区別しているため、もっとも厳密なモデルである。二相流モデルでは気相液相それぞれに対するエネルギー、運動量、質量の各保存式を立て、その 6 式を解くことで計算を行っている<sup>[38]</sup>。また、二相流モデルをやや簡略化して気相及び液相の運動、質量の各保存式と混相のエネルギー保存式から構成される圧縮性流体用の 5 保存式モデルなどもある<sup>[39]</sup>。

ドリフトフラックスモデルは気相と液相の速度差を考慮することで均質流に二相流の効果を考慮したものである。均質流モデルでは気相と液相の速度を等しいと仮定するのに対し、ドリフトフラックスモデルでは気相と液相の速度差を、ドリフト速度として実験相関式<sup>[10]</sup>を用いて記述している。

このように、ボイド率の評価にも様々なモデルが存在し、必要とする計算速度や計算精度によって選択する必要がある。

また、熱水力計算では原子炉の定常運転時を模擬するような時間変化の小さい体系の他に、過渡事象や LOCA などのような時間変化の大きな体系を解析する場合もある。そのため、熱水力計算コードはその計算対象や用いる計算モデル、実験式によって様々な計算コードが開発されている<sup>[40]</sup>。

三次元詳細メッシュ熱水力計算コードの開発を行う場合、計算時間の観点から二相流モデルを用いることは困難であると考えられる。そこで以降ではドリフトフラックスモデルについて説明を行っていくこととする。

### B.1.2 ドリフトフラックスモデルとは

ドリフトフラックスモデルについて説明する<sup>[9]</sup>。気体と液体が混合した二相流では気体と液体とが重力、慣性力などの影響でお互いに干渉しあい、複雑な挙動を示す。そこで気体と液体を均質化して取り扱うことで計算を簡易にする手法が均質流である。しかし、前述したように二相流は均質流とは異なり、複雑な挙動を示す。特に気体と液体とではその質量差から流体の流速が異なっているが、均質流では気体と液体の流速を等しいと仮定して計算を行っている。

均質流では二相流に比べて短時間で計算可能という大きな利点があるものの、この気体と液体の流速が等しいという仮定があるため、気体と液体の流速差が大きい体系や気液対向流が起こる部分を含むような体系では十分な計算精度を得ることが難しい。

均質流モデルでは気体と液体の流速が等しいと仮定していた。この仮定は多くの場合、成立しない。そこでドリフトフラックスモデルでは図 B.2 のように、気体と液体の流速差を考慮することで、この問題を解決した。

ドリフトフラックスモデルでは、流体全体の速度と気相速度に(B.1)式の比例関係があるとみなすモデルである。

$$j_g = \alpha(C_0 \cdot j + v_{gj}) \quad (\text{B.1})$$

ここで  $j$  は全体積流速、 $j_g$  は気相体積流速、 $C_0$  は分布定数、 $v_{gj}$  はドリフト速度である。分布定数及びドリフト速度を導出する相関式は多くの人が提唱しており<sup>[10]</sup>、対象とする体系によって最適な相関式を選択することが重要である。

分布定数及びドリフト速度について説明する。分布定数はボイドがどのように分布しているかを数値化したもので

$$C_0 = \frac{\langle \alpha j \rangle}{\langle \alpha \rangle \langle j \rangle} \quad (\text{B.2})$$

で定義される。ここで  $\langle \rangle$  記号は流路断面平均を表し、ある量  $F$  に関し次式で定義される。

$$\langle F \rangle = \frac{\int_A F \cdot dA}{A} \quad (\text{B.3})$$

なお、A は断面積である。分布定数は(B.2)式より、ボイド率が一様な場合は

$$\langle \alpha j \rangle = \langle \alpha \rangle \langle j \rangle \quad (\text{B.4})$$

となり、 $C_0=1.0$  となる。また、サブクール沸騰のように壁面にボイドが偏っている場合は  $C_0 < 1.0$  となり、逆に環状流のように中央部にボイドが集中している時は  $C_0 > 1.0$  となる。

ドリフト速度は気液間の流速差を表す量で、

$$v_{gj} = u_g - j \quad (\text{B.5})$$

で定義される。ここで  $u_g$  は気体流速である。体積流束は見かけの流速とも呼ばれ、実際の流速との間には次の関係がある。

$$j_g = \alpha u_g \quad (\text{B.6})$$

$$j_l = (1 - \alpha) u_l \quad (\text{B.7})$$

ドリフト速度と流速の関係は(B.5)~(B.7)から

$$v_{gj} = (1 - \alpha)(u_g - u_l) \quad (\text{B.8})$$

と表すことが出来る。

ドリフトフラックスモデルでは二相流で説明した、気相液相それぞれに対するエネルギー、運動量、質量の各保存式に(B.1)式を用いることで方程式の数を減らしている。計算式の詳細については省略するが、このようにして均質流に近いモデルで二相流に近い計算精度を得ることを目的としたモデルがドリフトフラックスモデルである。

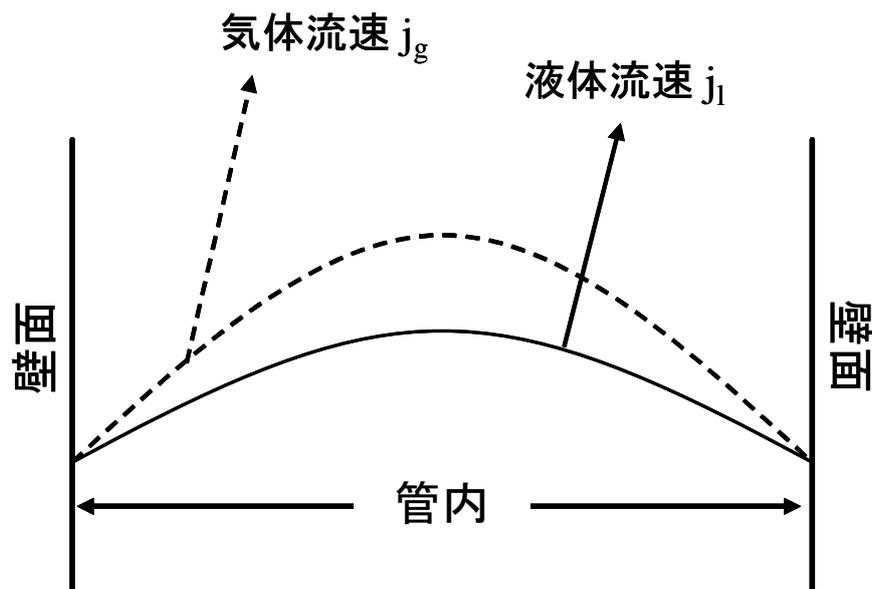


図 B.2 気体と液体の流速差の例

## B.2 詳細メッシュ熱水力計算コードの検討

詳細メッシュ熱水力計算コードを開発するにあたって、二通りの検討を行う予定である。一つはドリフトフラックスモデルを用いたサブチャンネル解析コードの開発、そしてもう一つは様々な条件での流動様式及びボイド率をデータベースとして保持し、そのデータベースの結果を実際の状況にフィッティングすることでボイド率を評価するサブチャンネル解析コードの開発である。

前者に関してはドリフトフラックスモデルを用いた熱水力解析コードでサブチャンネル解析を行った場合、計算時間及び計算機資源の関係から、現実的な計算時間内で計算するのは困難な可能性がある。そこで計算時間を短縮化させるための加速法の適用などを検討していく予定である。

また、後者に関しては、計算時間に関しては現実的な時間内で十分に計算可能だと思われるが、計算精度の面で不安がある。そこで計算精度の向上のため、最適なフィッティング法の検討が重要だと考えている。また、ドリフトフラックスモデルを用いた熱水力解析の初期値としてこの計算結果を用いることで収束性を早めるなどの手法として利用出来るかもしれない。

なお、計算精度の検証には COBRA などの既存のサブチャンネル計算コードを用いる予定である。

## C) APPENDIX C 並列計算の概要

### C.1 並列計算とは

並列計算とは一つの処理に対し複数の CPU を用いて分散して計算する方法（マルチスレッド）のことである。並列計算では複数の作業を同時並行的に行えるため、現在の一つの処理に対し一つの CPU を用いて計算する方法(シングルスレッド)に比べて計算時間の大幅な短縮が期待できる。

#### C.1.1 CPUの進化と並列化の関係

従来の計算機では一つの計算機に一つの CPU しか搭載されていなかったため、並列計算機やスーパーコンピュータのような一部の高価な計算機以外では並列計算を意識する必要はなかった。しかし、近年の CPU の発熱量と消費電力の急上昇に伴い、CPU の動作周波数の上昇による性能の向上が困難になってきた。計算機の能力は「半導体の集積密度は 18~24 ヶ月で倍増する」というムーアの法則の通りに、年々飛躍的な向上を見せてきた。しかし集積回路の小型化にも限界があり、消費電力を抑えたまま性能を向上させることが困難になってきた。

そこで CPU は質の向上から量の向上へとその方向性を変化させた。CPU の法則にはムーアの法則の他にポラックの法則と呼ばれる経験則がある。ポラックの法則とは「CPU の性能はそのダイサイズの平方根に比例する」というもので、図 C.1 のように集積回路の搭載数を二倍に増やしても CPU の性能は約 1.4 倍しか向上しないということを意味している。

ムーアの法則が技術革新に期待をもたせるのに対し、ポラックの法則は性能を向上させようとする場合には足かせとなる法則であった。しかし、逆に考えると集積回路の搭載数を半分にしても性能は約 0.7 倍にしかならないことになる。そのため、一つの基盤に一つの CPU を載せる代わりに集積回路数が半分の CPU を二つ載せる場合、一つの CPU を載せた場合に比べ性能が理論上約 1.4 倍に向上することが分かる。このことから図 C.2 のように集積回路の搭載数が二倍になった時に、一つの CPU の性能を向上させるよりも性能が劣る CPU を複数搭載した方が全体的な性能が向上すると考えられる。マルチコア化によって CPU 一つ当たりの計算性能は低下する。しかし、現在市販されている一つの基盤に二個の CPU が搭載されているデュアルコア CPU でも一つの CPU 当たり 2GHz 以上の高い動作周波数を有している。そのため、マルチコアになったとしてもシングルスレッドに対する計算性能が低下する可能性はよほど大規模な計算を行わない限りは少ない。このように CPU の性能をより向上させるため、今後もマルチコア化が進むと予想される。

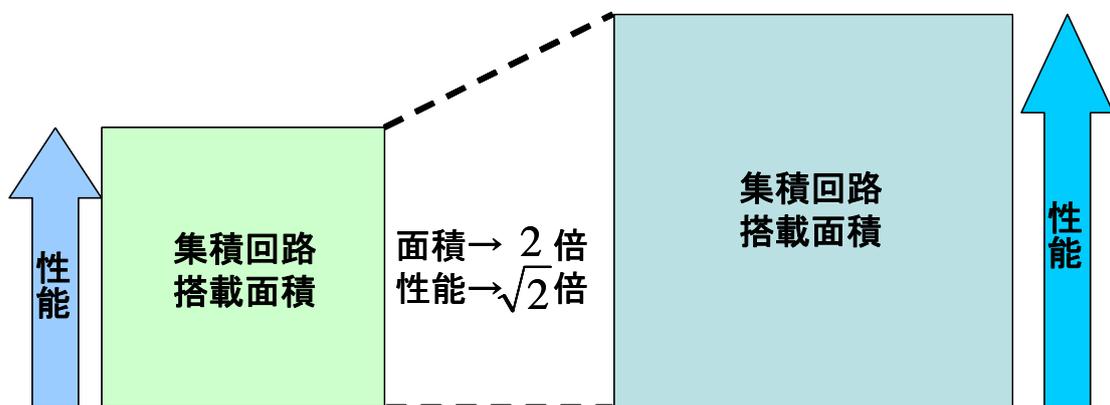


図 C.1 ポラックの法則

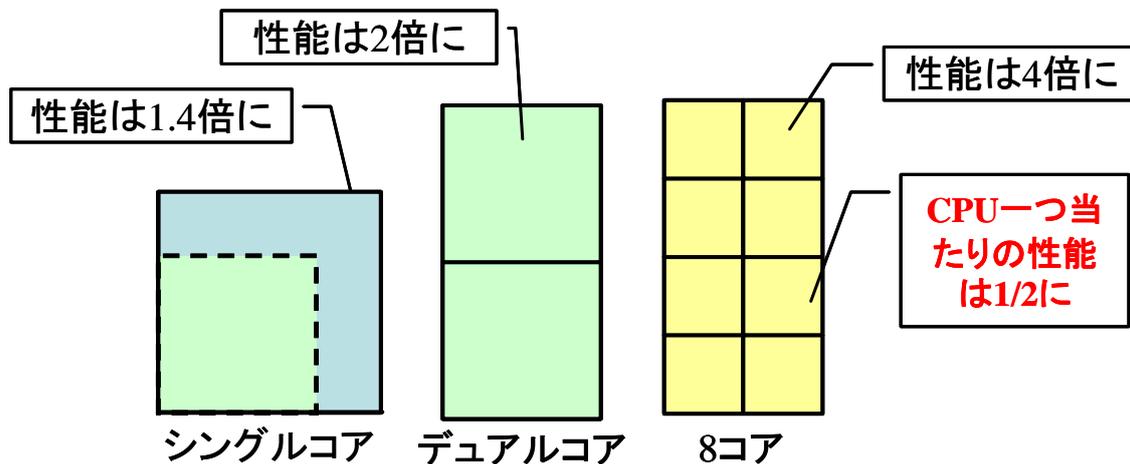


図 C.2 マルチコア化による計算機性能の向上の例

### C.1.2 並列コンピューティング

CPU のマルチコア化に伴ってソフトウェアもマルチコアに適したプログラミング、すなわち並列コンピューティングを行わなければマルチコア CPU の性能を活かすことは難しい。そこでソフトウェアの並列化について説明する。

並列コンピューティングも基本は通常のコーディングと同様である。但し、例えば Fortran における Do 文や C++ における For 文の繰り返し計算のように同時並行的に計算を行う計算部分を複数の CPU に割り当てるように変更する必要がある。複数の CPU への割り当てには MPI や OpenMP などの並列プログラミングモデルが利用できる。

計算コードの一部を並列プログラミングモデルで複数の CPU に割り当てるだけで並列化が出来るのであれば並列化はそれほど困難ではないと考えるかもしれない。実際、100 行程度の短い計算コードを並列化させるのであれば、それほど大変ではないと思われる。しかし、計算コードの行数が増加すればするほど、並列化を行う計算部分が増加する。また並列化をする部分が増加すればするほどよほど慎重にコーディングを行わなければ致命的なバグを発生させたり、CPU の割り当てがうまくいかなくなったりして計算効率が逆に悪化したりする可能性がある。原子炉の炉心解析コードは一般に何十万行にも及ぶため、計算コードから並列化出来る部分を探し、複数の CPU に割り当てる作業は非常に困難な作業である。

また、計算の途中でどうしても並列化出来ない部分が存在する 경우가多く、複数の CPU を常に 100% 活用するようなコーディングは難しい。さらに並列化出来ない部分が計算時間短縮のボトルネックになる可能性があり、効率的な計算コードの開発には設計段階から並列化を念頭に入れた設計を慎重に進め、並列化出来ない部分を出来るだけ少ない設計にすることが重要である。

これらのことから、効率的な並列化を行う場合には後から並列化を考えるのではなく、開発当初から並列コンピューティングを考慮する必要がある。

並列コンピューティングが可能な例を考える。実生活で分かりやすく考えるために、夕食の買出しを例に並列化が可能な場合と並列化が不可能な場合について説明する。夕食の買出しにはまず夕食のメニューを決め、そのメニューに必要な食材が安く売っている店を見つけ、実際に買い物に行く必要がある。ここで夕食のメニューを決めながらメニューに必要な食材が安く売っている店を選ぶことは出来ない。これは並列化が出来ない例である。しかし、スーパーで食材を選ぶ時に食材の購入に順番は関係ない。さらに複数の人間が分担して食材を探した方がより早く全ての食材を集めることが出来

る。これが並列計算可能な例である。このようにある作業を考える時に、複数の人間が同時にかつ実行順番に依存しないで作業を行うことが出来る場合に並列化が可能となる。

次に炉心計算コードで具体的な並列化の例を考える。炉心内の集合体計算を複数の CPU に割り当てることを考える。複数の集合体中の中性子束を同時並行的に計算した場合も、一つずつ集合体中の中性子束を計算した場合も計算自体は同じことなので、集合体中の中性子束の計算は並列化が可能である。そこで図 C.3 のように 4 つの CPU で分担して集合体内の中性子束を計算することで一つの CPU で計算する場合と比較して短時間で炉心全体の中性子束を計算することが出来る。また、図 C.3 は CPU が 4 つの場合を示しているが、CPU の数が増加するほど計算時間が短縮されることが分かる。

また、メッシュ不整合領域を取り扱う SP3 法計算コードに用いた応答行列法は並列化に適した手法である。応答行列法では第二章で述べたように隣接するセルの中性子流の応答から中性子束を求めている。そこで図 C.4 のようにチェッカーボード状にセルを分けることを考える。応答行列法における内部反復は図 C.4 の白いセルからの放出中性子流を用いて黒いセルの中性子束を求め、黒いセルの放出中性子流を計算する。得られた放出中性子流を用いて白いセルの中性子束を計算して…というように繰り返して中性子束を収束させる。このことから、チェッカーボード状に配置されたセルごとに CPU を割り当てることで並列化が可能となる。

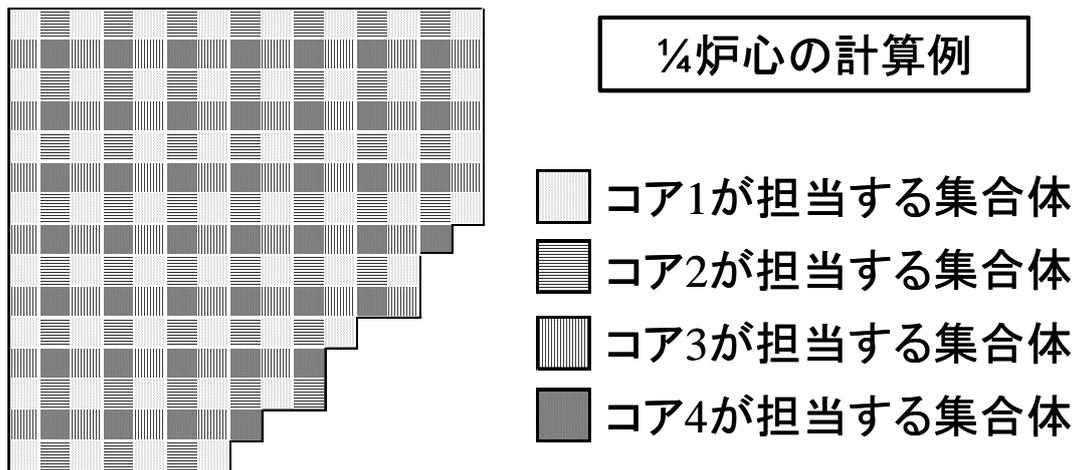


図 C.3 全炉心計算における並列化の例

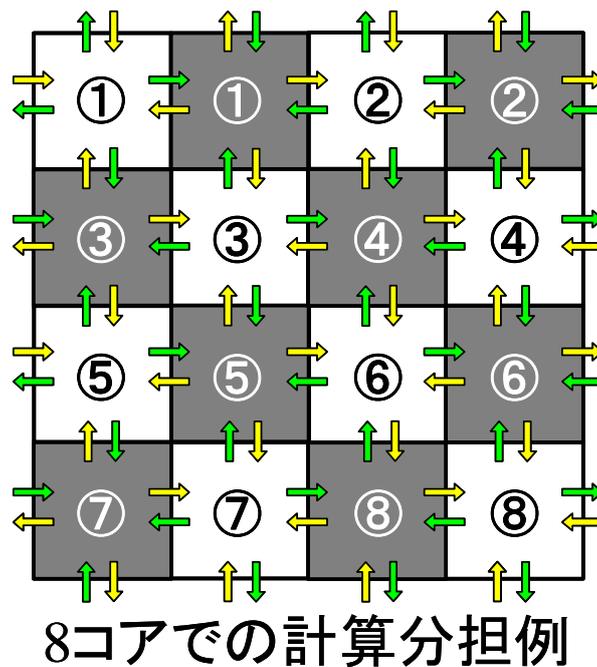


図 C.4 8 コア CPU を用いた応答行列法の計算例

### C.1.3 マルチコアからヘテロジニアスコアへ

今まで述べてきた MPU は全て同じ性能を持った CPU が複数あるものである。しかし、実際のソフトウェアでは並列化した部分が全て同じ処理量であるとは限らない。例えば先ほどの夕食の買出しの場合でも食材がすぐ近くにある場合もあれば分かりにくいところに陳列されていて探しにくい場合もあるし、食材が重くて運ぶのに困難な場合など、同じ食材を探すという行為でもその負荷は探す食材によって様々である。

このように実際のソフトウェアでも同時並行的に行う作業にも負荷が異なる場合が多い。通常マルチコアではそのような場合、処理量の少ない部分を分担した CPU は他の処理量の多い部分を分担した CPU が作業を終えるまで待機しなければならない。これでは折角 CPU を増やして作業を効率化させようとしても、それぞれの CPU の性能を 100%活用することが出来ないために、それほど効率化出来ない可能性がある。

そこで考案された MPU がヘテロジニアスマルチコアである。ヘテロジニアスマルチコアは図 C.5 のように性能の異なる CPU が混合した MPU で、ヘテロジニアスマルチコアを用いることで負荷の異なる処理を性能の異なる CPU にうまく分担させることで同じ計算時間で行うことが可能となる。その結果、通常マルチコア(ヘテロジニアスマルチコアと対比してホモジニアスマルチコアとも呼ばれる)に比べより CPU の性能を活用することが出来る。現在、代表的なヘテロジニアスマルチコアは SONY 社の PS3 に搭載されている CELL である。CELL は 1 つの高性能な CPU と、8 つの単純作業に特化した CPU からなっており、並列化をうまく行うことで現在 PC に搭載されている CPU よりも格段に高い計算性能を示すことが出来る。

なお、現在のところヘテロジニアスマルチコアを用いた PC 用の CPU は存在していないが、将来的にはヘテロジニアスマルチコアへと移行することが計画されている。

ヘテロジニアスマルチコアではその CPU ごとの性能が異なっているため、通常マルチコアであるホモジニアスマルチコアに比べてコーディングが困難であるという欠点がある。ホモジニアスマルチ

コアであれば並列化の際に各 CPU に作業を分担させる際にどの CPU に分担させるかと考える必要はないが、ヘテロジニアスマルチコアでは CPU ごとの特性を理解した上でそれらの CPU の性能が 100% 発揮できるように作業を分担させなくてはならない。

さらに MPU によっても CPU ごとの性能が異なる可能性がある。例えば CELL では前述したように 1 つの高性能な CPU と 8 つの単純作業に特化した CPU から構成されているが、今後登場する MPU では高性能な CPU が 3 つに単純作業に特化した CPU が 6 つかもしれないし、CPU の総数が異なるかもしれない。このようにヘテロジニアスマルチコアは MPU ごとの性質の違いが大きく、MPU ごとの最適なコーディングモデルが異なるという欠点を持っている。そのため、しばらくはヘテロジニアスマルチコアに適した並列化は考慮せず、ホモジニアスマルチコアに特化した並列化を考えればよいと考えられる。

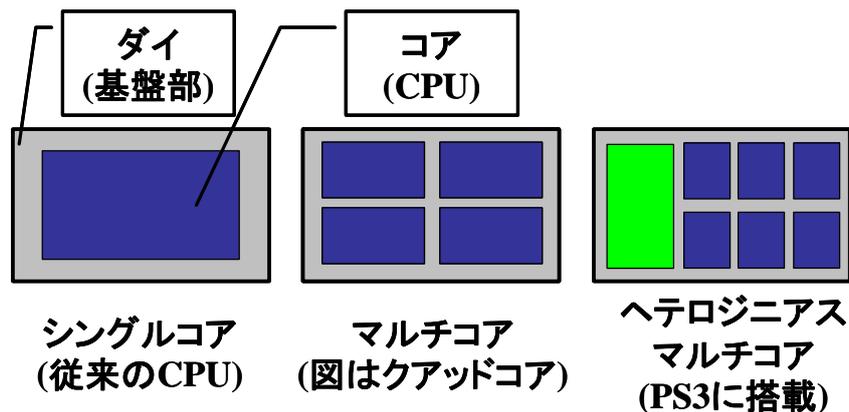


図 C.5 従来の CPU と今後の MPU の例

#### C.1.4 並列コンピューティングの展望

並列計算は複数の計算を複数の CPU が同時並行的に行うため、CPU が一つの場合に比べより短い時間で計算が可能である。また、今後の CPU はマルチコア化さらに進むと予想され、今後の CPU の能力を最大限に活用するためには、計算コードの並列化が必須の作業になると予想される。しかし上述したように効率よく並列化を行うのは難しく、複数の CPU の性能を最大限活用するようにコーディングするためには、計算コードの設計段階から並列化を念頭に入れて開発を進める必要がある。今までは加速法などのように計算手法の改良による計算時間の短縮が重要視されてきたが、今後は並列化のように CPU の特性にあった最適なコーディングをすることが計算時間短縮の大きな要因になると考えられる。特にヘテロジニアスマルチコアのようなより複雑な MPU を用いて計算する場合は、コアごとの性能を考慮した上でコードの設計をすることで計算時間を大幅に短縮できると期待される。

このように計算コードの並列化は、計算時間を飛躍的に短くする可能性を秘めている一方、コーディングが複雑になるという欠点を持っている。しかし、CPU のマルチコア化が加速するのは必至であり、当初はコーディングの複雑さに様々な問題が生じる可能性があるが、将来的には必須な作業になることは明白である。そのため、いち早く計算コードの並列化を行うことは将来的に大きなアドバンテージになると考えられる。

## C.2 並列計算手法

前節で並列計算の概要について述べた。本節では実際にどのように並列計算を行うかについて説明する。並列プログラミング手法として有名なものは Message Passing Interface (MPI)<sup>[41]</sup>と OpenMP<sup>[42]</sup>の二つがある。MPI、OpenMP のどちらもプログラミング言語ではなく、C/C++または Fortran で書かれたコードに追加することで並列化を行うライブラリ群である。MPI と OpenMP はそれぞれに長所短所があり、並列プログラミング手法を選択する際にはそれらを踏まえたうえで選択する必要がある。

### C.2.1 Message passing interface (MPI)

MPI と OpenMP の違いについて説明する。MPI では名前の通り、各プロセッサ間でのデータやメッセージのやりとりを制御することで並列化を行っている。例えばメインメモリー上のある数値に一を足してまたメインメモリーに戻すという作業を全てのプロセッサで順番に行うことを考える。MPI ではまず一つ目のプロセッサがその数値を読み取る。このとき、計算が終了するまで他のプロセッサがその数値にアクセスできないようにブロックする。そして計算が終了し、メインメモリー上に数値を返すとブロックを外し、計算が終了したことを次のプロセッサに知らせる。次のプロセッサもまた同様にメインメモリー上の数値を読み取り、計算が終了するまで他のプロセッサがその数値にアクセス出来ないようにブロックする。

このようにデータのやりとりを制御することで並列化を行う手法が MPI である。MPI ではプログラマ自身が緻密なチューニングを行い、高い並列化効率を得ることが出来る。また、並列化処理を全てプログラマ自身が指示するため、使用するコンパイラに依存せずに並列化による高速化が実現できる。さらに、MPI のユーザーは OpenMP に比べて多く、様々な書籍やホームページも存在するため、問題が生じた場合に比較的調べやすいという利点がある。

また、MPI は並列プログラミング用の標準規格であり、ライブラリ群であるため、言語を問わず利用出来るという利点もある。

しかし、MPI では緻密なチューニングが出来る分、OpenMP に比べて並列化が難しい場合が多い。先ほどの例では計算が単純なために理解しやすいと思うが、実際の計算コードを全て並列化する場合、多大な労力を必要とする。例えば先ほどの例で、あるプロセッサがメモリアccessのブロックを行わなかった場合、計算を行っている途中で他のプロセッサがその数値にアクセス出来てしまい、計算結果が変わってしまう。

また、処理量の異なる複数の作業を一つずつ別のプロセッサに分担し、その結果をある順序で処理することを考える。各々の作業の処理量が異なるため、処理量の小さな作業から先に結果が得られていく。処理量の小さな作業の結果から順番にその結果を処理する場合であればいいが、途中で処理の大きな作業の結果を必要とする場合、その結果が終了するまで計算結果の処理を中断しなければならない。MPI ではプロセッサが処理の完了を通知することでそれぞれの処理の終了を知ることが出来る。しかし、処理が複雑になればなるほど順序立てやプロセッサへの処理の分担が複雑になり、バグが発生しやすい。

特に MPI ではデータやメッセージの交換をソースコード中に明示的に記述しなくてはならない。そのため、並列計算用のソースコードと非並列計算用のソースコードを共用することが出来ない。また、計算結果がおかしな値になった場合、その原因が並列化によるものなのか、元々のソースコードによるものなのか判断が付きにくい。

このように MPI による並列化は困難でかつ労力を必要とする作業だが、その分高い並列化効率を得ることができるため、今後も主流の並列プログラミング手法と考えられている。

### C.2.2 Open MP

MPI がデータのやりとりを制御して並列化を行う手法であるのに対し、OpenMP は C/C++ での For 文、Fortran での Do 文のように並列処理が可能なループに対して特別な指示文をはさむことで並列化を行う手法である。OpenMP の利点は MPI のようにデータのやりとりを明示的に示す必要がなく指示した領域を自動的に並列してくれるため、プログラマの負担が軽減できる。

また、OpenMP で用いる指示文は通常コンパイルではコメント文として処理されるため、並列計算用のソースコードと非並列計算用のソースコードを共有することができる。また、簡単に非並列計算用にリコンパイルすることが可能なため、おかしな計算結果が得られた場合にその結果が OpenMP の指示文によるものなのか、元々のソースコードによるものなのかの判断がしやすい。

しかし、OpenMP ではループ計算の部分に指示文を差し込むことで自動的に並列化を行うため、並列化効率がコンパイル依存になってしまう。また、細かい部分までプログラマが指定することが出来ないため、MPI で並列化を行う場合に比べて OpenMP で並列化を行うと並列化効率が悪いという欠点がある。

また、OpenMP では C/C++ 及び Fortran で与えられる標準 API である。そのため、C/C++ 及び Fortran 以外では OpenMP を利用して並列化を行うことが出来ない。JAVA や Basic、C# など他の主要なプログラミング言語に利用することが出来ないため、MPI に比べて書籍やホームページも少なく、詳しく調べようとした時に MPI に比べて難しい場合がある。

## 公刊論文一覧

---

### ・国内学会

多田健一, 山本章夫他, “メッシュ不整合体系を取り扱う詳細メッシュ BWR 炉心計算手法の基礎研究,” 日本原子力学会 春の年会, 名古屋大学, 2007 年 3/27-29, (2007).

多田健一, 山本章夫他, “詳細メッシュ BWR 炉心計算手法への多項式解析的ノード法の適用とその精度,” 日本原子力学会 秋の大会, 北九州国際会議場, 2007 年 9/27-29, (2007).

### ・国際学会

K.Tada, A. Yamamoto, et al., “Application of Pin-by-pin Fine Mesh Calculation Method to BWR Core Analysis,” *Proc. Physor2006*, Vancouver, Canada, Sep. 10-14, 2006 (2006).

K. Tada, A. Yamamoto et al., “Applicability of The Diffusion and Simplified P3 Theories for BWR Pin-by-pin Core Analyses,” *Proc. ICONE-15*, Nagoya, Japan, April. 22-26, 2007, (2007).

K. Tada, A. Yamamoto, et al., “Treatment of Staggered Mesh in BWR Pin-by-pin Fine Mesh Core Analysis,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **96**, 508, (2007).

### ・今後の発表予定

多田健一, 山本章夫他, “三次元燃料棒単位詳細メッシュ BWR 炉心計算コードの開発,” 日本原子力学会 春の年会, 大阪大学, 2008 年 3/26-28, (2008).

K. Tada, A. Yamamoto et al., “Development of a Prototype Pin-by-pin Fine Mesh Calculation Code for BWR Core Analysis,” *Proc. Physor2008*, Interlaken, Switzerland, Sep. 14-19, 2008 (2008).